فاعلية التعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية في تحسين القدرة على التفكير ما وراء المعرفي لدى طلاب الصف السابع الأساسي

علي البركات* و أمل خصاونه** و سليمان المحمود***

Doi: //10.47015/18.2.6

تاريخ تسلم البحث: 2020/10/25 تاريخ قبوله: 2021/2/1

ملخص: سعت الدراسة الحالية إلى تقصّي فاعلية التعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية في تحسين القدرة على التفكير ما وراء المعرفي لدى طلاب الصف السابع الأساسي في الأردن. ولتحقيق غرض الدراسة، تم إعداد سلسلة من الأنشطة التعليمية-التعلمية القائمة على تحليل الأخطاء الرياضية في وحدة التناسب الواردة في كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي. وجمعت بيانات الدراسة باستخدام مقياس في التفكير ما وراء المعرفي بعد التأكد من صدقه وثباته. وتم اختيار عينة متيسّرة مكونة من شعبتين من شعب طلاب الصف السابع البالغ عددهم 45 طالبًا ، وتم اختيار إحدى الشعبيتين بالتعيين العشوائي كمجموعة تجريبية تألفت من (24) طالبًا تم تدريسهم من خلال التعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية، وتم تعيين الشعبة الأخرى كمجموعة ضابطة تألفت من (21) طالبًا تم تدريسهم بالطريقة الاعتيادية. وأظهرت نتائج الدراسة أن التعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية أسهم بشكل كبير في تحسين القدرة على التفكير ما وراء المعرفي لدى طلاب الصف السابع الأساسي، حيث بينت النتائج وجود فروق دالة إحصائيًا بين درجات تقدير المجموعتين التجريبية والضابطة على مقياس التفكير ما وراء المعرفي لصالح المجموعة التجريبية. وهذا يقدم مؤشرًا على أن التعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية يسهم إيجابًا في تحسين مهارات التفكير ما وراء المعرفي. وفي ضوء هذه النتائج، قدمت الدراسة مجموعة من التوصيات للباحثين التربويين، ولمصممي مناهج الرياضيات، ولمعلمي الرياضيات.

(**الكلمات المفتاحية**: التفكير ما وراء المعرفي، الأخطاء الرياضية، التعلم القائم على تحليل الأخطاء)

مقدمة:.

تحتل مناهج الرياضيات أهمية كبيرة في عمليات الإصلاح التربوي في مختلف بلدان العالم المتقدمة والنامية. ولعّل السبب في ذلك أن الرياضيات لها أهمية بالغة في مختلف جوانب الحياة. ويظهر ذلك من خلال تطبيقاتها المتعددة في جميع المجالات العلمية والحياتية؛ فهي تتميز بمواكبة التطور في كل زمان ومكان. من هنا، فإن جميع حركات تطوير المناهج في الدول كافة أعطت الأولوية لتطوير مناهج الرياضيات، من خلال تصميم أفضل المناهج، وتدريب المعلمين ليكونوا قادرين على توفير أفضل الممارسات التدريسية في البيئات التعليمية-التعلمية

The Effectiveness of Learning Based on the Analysis of Mathematical Errors in Improving Metacognitive Thinking Ability among Seventh-grade Students

Ali Al-Barakat, *Sharja University, United Arab Emarat.*

Amal Khasawneh, *Yarmouk University,Jordan.*

Suleiman Al-Mahmoud, *Ministry of Education, Jordan.*

Abstract: The present study investigated the effectiveness of learning based on the analysis of mathematical errors in improving metacognitive thinking among seventh-grade students. To achieve the aim of the study, a set of learning activities was prepared in light of learning based on analyzing mathematical errors. Data of the study was gathered using a metacognitive-thinking scale, after ensuring its validity and reliability. The sample of the study consisted of forty five students. It was divided into two groups: the experimental group (n=24) was taught based on the analysis of mathematical errors, while the control group (n=21) was taught through the traditional method (without using learning based on error analysis). The results of the study showed significant differences in improving the skills of metacognitive thinking between the two groups. These differences were in favor of the subjects of the experimental group, which was taught mathematics based on analyzing mathematical errors. This indicates that mathematics learning through analyzing mathematical errors contributes positively to improving the skills of metacognitive thinking. In light of these results, the study suggested a set of recommendations for educational researchers, mathematics curriculum designers and mathematics teachers.

(**Keywords**: Metacognitive Thinking, Mathematical Errors, Learning Based on Error Analysis)

* جامعة الشارقة، الإمارات العربية المتحدة.

** جامعة اليرموك، الأردن.

*** وزارة التربية والتعليم، الأردن.

© حقوق الطبع محفوظة لجامعة اليرموك، إربد، الأردن، 2022.

وانطلاقًا من أهمية مناهج الرياضيات في المنظومة التعليمية، حدّد المجلس القومي لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) عددًا من معايير العمليات الرياضية التي ترتبط ارتباطًا وثيقًا بمعايير المحتوى الرياضي. ومن بين هذه المعايير التبرير والبرهان، وهما من أهم معايير تصميم مناهج الرياضيات؛ فهما يركزان على تمكين الطالب من ممارسة عمليات التفكير الرياضي من خلال بناء التخمينات والتحقق منها وتطوير وتقييم الحجج والبراهين الرياضية من خلال ممارسة مختلف أساليب التفكير المنطقي (NCTM, 2014; National Center for Excellence in Teaching Mathematics (NCETM), 2020).

ومن أجل تنمية مهارات التفكير المنطقي، شدّد المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2014) على أهمية الممارسات التدريسية التي تعزز التبرير الرياضي وحل المسائل باستخدام استراتيجيات حل متنوعة، بحيث يصل الطالب إلى أرقى مستويات التفكير. وفي هذا السياق، يؤكد التربويون (Krulik & Rudnick, 1999; Costa & Kalick, 2001; Siswono, 2011)، أن الممارسات التدريسية يجب أن ترتقي بالطلبة من المستويات الدنيا القائمة على تذكر الحقائق الأساسية والفهم والتعرف على المفاهيم الرياضية مثل الجمع والطرح إلى المستويات العليا من التفكير المركب المتمثل في االتفكير الناقد والتفكير الإبداعي، بحيث يصل الطالب إلى ممارسة التفكير ما وراء المعرفي.

وفي السياق نفسه، يؤكد كوستا وكاليك (Costa & Kalick, 2001) أن الارتقاء بتعليم الطلبة يجب أن ينمي لديهم التفكير ما وراء المعرفي، حيث عُدَّ هذا النوع من التفكير من عادات العقل التي يجب أن تركز عليها مناهج الرياضيات. وفي معرض الحديث عن هذا الجانب في بناء المناهج، فقد أكد تربويون (Alzahrani, 2017; Gregor, 2007; Sriraman, 2004) أن التفكير ما وراء المعرفي عدَّ نمطًا من أنماط التفكير التي يجب أن تراعيها المناهج بحيث توجه الطالب للقيام بالبحث عن المعاني الرياضية ودلالاتها، وممارسة التفكير الناقد، وحل المشكلات، والتفكير الإبداعي، واتخاذ القرارات.

وقد نال التفكير ما وراء المعرفي اهتمامًا كبيرًا في أواخر القرن العشرين وأوائل القرن الحادي والعشرين, باعتباره طريقة جديدة في تدريس التفكير. فالفرد الذي يفكر تفكيرًا سليمًا لا بد له من استخدام التفكير ما وراء المعرفي. ويعد التفكير ما وراء المعرفي واحدًا من مكونات التفكير الرياضي، وبالذات في مجال حل المسألة. وفي هذا السياق، وضح ستنبرج (Strernberg, 2000) أن مكونات التفكير الرياضي تداخلت مع بعضها البعض؛ فهناك مكونات معرفية تتعلق بقدرة الفرد على ممارسة التفكير العملي والتحليلي والإبداعي، ومكونات ما وراء معرفية تتعلق بقدرة الفرد على تحديد المشكلة، وصياغة استراتيجية الحل، والتمثيل الذهني، وتخصيص المصادر، ومراقبة الحل وتقويمه، وأخيرًا الاتجاهات.

وبما أن فلافل (Flavell) أول من استعمل مفهوم ما وراء المعرفة (Meta-cognition)، فقد عرفه بأنه: "المعرفة حول المعرفة، وهي عبارة تصف معرفة الفرد لأسلوب معالجته للمعرفة وكل ما يتعلق بها" (Flavell, 1979: 907). ويعرّف ليفنجستون (Livingston, 2003) أنشطة ما وراء المعرفة بأنها: "أنشطة التفكير العليا التي تسيطر على العمليات المعرفية". ووفقًا لساناكور (Sanacore, 1984)، فإن ما وراء المعرفة يعني "معرفة ما تعرفه، ومعرفة ما تحتاج إلى معرفته، ومعرفة الفائدة من تطبيق ما تعرفه".

ويشير علماء النفس (Brown, 1978; Flavell, 1978) إلى أن مفهوم ما وراء المعرفة يتعلق بجانبين: الأول يركز على معرفة المتعلم بالعمليات والنتاجات المعرفية الخاصة به؛ أي معرفته بالمتغيرات التي تؤثر في أدائه. وهذه المتغيرات تتعلق بمعرفة المتعلم موارده المعرفية، وجوانب القوة والضعف لديه، وقدراته المعرفية، ومعرفته بالأداء المطلوب منه في الموقف التعليمي، ومعرفته بالاستراتيجيات التي يجب استخدامها خلال الموقف التعليمي للحصول على أفضل النتاجات. أما الجانب الثاني، فيتعلق بكيفية تنظيم المتعلم لمعرفته من حيث المراقبة النشطة للأشياء المعرفية التي سيقوم بها من أجل تحقيق النتاجات، وتتضمن القرارات التي يتخذها، ولماذا يتخذها، وكيف ينفذها، واستكشاف المشكلة، وتخطيط مسارات العمل، ومراقبة تصرفاته، وتقييم تقدمه وخططه وإجراءاته ونتائجه.

وقد صنف يور وكرايغ وماجواير (Yore, Craig & Maguire, 1998) ما وراء المعرفة إلى مجالين، وهما التقويم الذاتي ويعني به الأشكال الثلاثة للمعرفة (التقريرية والإجرائية والشرطية)، والإدارة الذاتية ويعني بها عمليات التحكم (التخطيط والتقويم والتنظيم). وبالمقابل، حدّد ويلن وفيلبس (Wilen & Phillips, 1995) مكونين رئيسين لما وراء المعرفة هما الوعي والسلوك؛ فوعي الفرد المعرفي خلال المهمة التعلمية يتضمن الوعي بالهدف منها، والوعي بما هو في حاجة إلى معرفته، والوعي بالاستراتيجيات والمهارات التي تسهل عملية التعلم. أما السلوك فيعني قدرة الفرد على التخطيط لاستراتيجيات تعلمه ومعالجة أي صعوبات تظهر له. فضلًا عن قدرته على ممارسة أشكال المراجعة والضبط الذاتي لسلوكه.

ودلت العديد من الدراسات (Perry, Lundie & Golder, 2019; Veenman, Wilhelm & Beishuizen, 2004; Wang, Haertel & Walberg, 1990) أن فوائد التفكير ما وراء المعرفي تتمثل بـالآتي:

- تساعد الممارسات ما وراء المعرفية الطلبة في أثناء قراءتهم وكتابتهم وحلهم المسائل على التخطيط، والمراقبة، وتقييم تقدمهم، والتحكم الذاتي في تعلمهم.
- تعد الممارسات ما وراء المعرفية مؤشرًا قويًا للتعلم؛ فهي تقدم مساهمة فريدة للتعلم أكثر من تأثير القدرة المعرفية.

- تعمل الممارسات ما وراء المعرفية على تحسين التحصيل الدراسي في جميع المستويات والصفوف الدراسية، وتحسين جميع القدرات المعرفية كالقراءة، وفهم النصوص، والتبرير، وحل المشكلات، والذاكرة، وتحسين جميع مجالات التعلم، وخاصة في الرياضيات.

- تساعد المهارات ما وراء المعرفية الطلبة على نقل ما يتعلمونه من سياق إلى آخر أو من مهمة سابقة إلى مهمة جديدة.

وانطلاقًا من أهمية التفكير ما وراء المعرفي في بيئات تعلم الرياضيات، فإن تحسين تعلم هذا النمط من التفكير لدى الطلبة يحتاج إلى التفكير بالاستراتيجيات التعليمية المناسبة، لاسيما وأن الرياضيات تتميز بالتجريد، الأمر الذي يتطلب من الطلبة بذل أقصى الجهود في تعلمها ليكونوا على مستوى عالٍ أو معقول من الكفاءة الرياضية. وهذا يتطلب من المعلمين جهدًا كبيرًا في اختيار أفضل الاستراتيجيات والطرق والوسائل التي تساعد على تعليم وتعلم طلبتهم، واستثمار أي موقف صفي في أثناء التدريس لإكساب طلبتهم المفاهيم الرياضية وإتقانهم المهارات الرياضية، والوصول بهم إلى القدرة على تبرير المواقف الرياضية، والتأمل في حلولهم للمهمات التي تقدم لهم. ويعد التعلم من خلال تحليل الأخطاء الرياضية واحدًا من التوجهات التربوية التي توظف في بيئات تعلم الرياضيات من أجل تحسين تعلم الطلبة.

إن التعلم من خلال تحليل الأخطاء دعا العديد من معلمي الرياضيات ليطرحوا بعض الأسئلة، منها: هل يمكن تجنب الأخطاء الرياضية في الغرفة الصفية حتى لا يتم إحراج الطلبة الذين ارتكبوا هذه الأخطاء؟ وهل يفترض تصحيحها دون الإشارة إلى الأسباب التي أدت إلى ارتكابها؟ وهل يمكن استخدام الأخطاء الرياضية كفرصة فعالة في تعلم الرياضيات؟ وهل جميع الأخطاء الرياضية جديرة بالتحليل ويمكن استخدامها في الغرفة الصفية لمساعدة جميع الطلبة في تعلم الرياضيات؟ وكيف تتم إدارة الأخطاء الرياضية في الغرفة الصفية؟ هذه الأسئلة تؤيدها وجهات نظر مختلفة من قبل التربويين، حيث توصل ميتكالف (Metcalfe, 2016) من خلال مراجعته لمجموعة من الدراسات إلى خلاصة جوهرها ضرورة الوقوف عند أخطاء الطلبة والقيام بتحليلها؛ إذ يعدّ ذلك واحدا من المداخل التعليمية- التعلمية التي تدعو الطالب إلى التعرف على الخطأ وتصحيحه؛ فالأخطاء المفاهيمية أو الإجرائية يجب تجنبها بأي شكل، لأنّ السماح بارتكاب الأخطاء يشجع الطلبة على ممارسات غير صحيحة من شأنها أن تسبب لهم مشاكل في التعلم لاحقًا؛ لاسيما وأن الأخطاء قد تحرج أو تربكهم الطلبة الذين يرتكبونها، وخاصة إذا كتنوا من المتعثرين دراسيًا.

وفي ضوء التوجهات النفسية والتربوية، فإن دعوة الطالب لتحليل الأخطاء تعد واحدًا من الأسس التي انطلق منها الفكر التربوي القائم على النظرية البنائية. وفي معرض الحديث عن هذا الجانب، فقد دلت الدراسات التربوية (Rushton, 2018; Metcalfe, 2016; Lischka, Gerstenschlager, Stephens, Strayer & Barlow, 2018; Bray, 2013; Borasi, 1987; Nesher, 1987) على أن التعلم القائم على تضمين الأخطاء في المناهج وفي استراتيجيات التدريس يعد فرصة تعلمية قادرة على تمكين الطالب من بناء أفكاره ومعارفه الرياضية بطريقة سليمة، تمكّنه من تحقيق الربط بين المعرفة السابقة والمعرفة الجديدة؛ الأمر الذي ينعكس على تمكين الطالب من تحقيق الفهم المفاهيمي.

وعند استطلاع آراء مجموعة من معلمي الرياضيات قبل البدء بتنفيذ هذه الدراسة، حول الأخطاء الرياضية التي يرتكبها الطلبة في مختلف الموضوعات الرياضية من خلال الأسئلة الآتية: كيف تتعامل مع الأخطاء التي يرتكبها الطلبة في أثناء تدريسك الرياضيات؟ وما هي في اعتقادك الأسباب التي تؤدي إلى ارتكاب الطلبة أخطاء في الرياضيات؟، فإنّ معظمهم أجاب بقوله:

"على الرغم من استخدامنا استراتيجيات وطرقًا ووسائل فعالة أثناء تدريسنا لمادة الرياضيات، وقيامنا بأقصى ما يمكننا من جهد قبل عملية التدريس أو خلالها، أو من خلال عمليات التقييم المتعددة، فأننا لا نزال نعاني من أن العديد من الطلبة يرتكبون الأخطاء الرياضية نفسها. وعند ظهور الأخطاء الرياضية عند طلبتنا لا نتجاهلها ونحاول جاهدين القيام بتصحيحها، لكن الطلبة يكررون ارتكابها من جديد".

وتختلف وجهة نظر هؤلاء المعلمين حول مصادر وأسباب الأخطاء الرياضية لدى الطلبة حسب مستوى صفوفهم الدراسية؛ فمنهم من يعزو ذلك إلى طبيعة وصعوبة الرياضيات وهم معلمو الصفوف الدنيا، ومنهم من يعزو ذلك إلى ضعف الطلبة في أساسيات الرياضيات، لعدم تعلم الطلبة هذه الأساسيات بشكل كامل في الصفوف السابقة، وهم معلمو الصفوف المتوسطة والثانوية.

وترى بوراسي (Borasi, 1987) أهمية استخدام الأخطاء كنقطة انطلاق لتعلم الرياضيات، حيث يعد ذلك من التوجهات التربوية المعاصرة التي تسهم في تحسين تعلم الطلبة في مختلف المجالات. وفي السياق نفسه، تشير نيشير (Nesher, 1987) إلى الدور الإيجابي للفهم الخطأ أو سوء الفهم في الارتقاء بمستويات تعلم التلاميذ. و يؤكد ميتكالف (Metcalfe, 2016) أن السماح للطلبة بارتكاب الأخطاء يعد جانبًا رئيسًا في تشجيعهم على ارتكابها في الغرفة الصفية بدلًا من تجنبها للوصول إلى أرقى مستويات تطوير شخصية الطالب. وقد أكد مالو (Mallue, 2015) أن تحليل الأخطاء يمكن أن يخلق فرصًا تعلمية فريدة للطلبة، ويجب أن يستخدمه المعلمون في الغرف الصفية. ويؤيد رشتون، وبرياني وإيكاواتي (Rushton, 2018; Priyani & Ekawati, 2018) فاعلية تضمين تحليل الأخطاء الرياضية في تعلم الرياضيات.

وقد استخدم ليشكا وجرستنشلاجر وستيفنز وسترايرو وبارلو (Lischka, Gerstenschlager, Stephens, Strayer & Barlow, 2018) تعريفًا موسعًا للأخطاء الرياضية، بحيث تشمل الفهم الخطأ، أو عمليات الحل الخطأ، أو استراتيجيات الحل غير الفعالة في حل المسائل الرياضية، أو الحجج الرياضية غير المكتملة. وقد حدّدوا ثلاثة معايير للأخطاء الرياضية الجديرة بالفحص والتحليل في الغرف الصفية، وهي تتفق مع المعايير التي وضعها ويلينغهام وستراير وبارلو وليشكا (Willingham, Strayer, Barlow & Lischka, 2018). وتتلخص هذه المعايير في: الهدف من الدرس؛ أي هل تحليل الخطأ سيحفز فهم المتعلم ويحقق الهدف من الدرس، وانتشار الخطأ؛ أي هل الخطأ شائع، ووجود سوء فهم جوهري لدى المتعلم للمفاهيم الرياضية الأساسية.

ويواجه الطلبة صعوبات عديدة في فهم العديد من المفاهيم والإجراءات الواردة في الكثير من الموضوعات الرياضية، وهناك أخطاء رياضية منتظمة تظهر لدى الطلبة خلال المواقف الصفية والواجبات البيتية والتقويمات المتنوعة. وفي هذا السياق، يؤكد تربويون (Lischka et al., 2018; Melis, 2004; Gartmeier, Bauer, Gruber & Heid, 2008) أن الأخطاء الرياضية في معظمها جديرة بالتفحص والتحليل داخل الغرف الصفية، وأنها يمكن أن تكون فرصة قوية لتطوير تعلم الطلبة من النواحي المهارية والمعرفية والوجدانية.

وانطلاقًا من أهمية موضوع التعلم القائم على تحليل الأخطاء، فقد بحثت بعض الدراسات في استخدام تحليل الأخطاء الرياضية في تعليم وتعلم الرياضيات على المستوى العالمي، إلا أنها تعد بصورة عامة قليلة، وعلى المستوى المحلي الأردني نادرة. وفي هذا السياق، أجرى پالكي وهاستو (Palkki & Hästö, 2019) دراسة سعت للتعرف على معتقدات معلمي الرياضيات لاستخدام الأخطاء العفوية والمتعمدة في تدريس وتعلم الرياضيات. وتكونت عينة الدراسة من (50) معلمًا من المرحلة المتوسطة. وتم جمع البيانات من خلال استبانة تتعلق باستخدام وفائدة الأخطاء في تدريس الرياضيات، حيث أجاب (23) معلمًا من أفراد العينة على الاستبانة. وأظهرت نتائج الدراسة أن هناك جوانب ايجابية من تفكير المعلمين حول الأخطاء في تعليم وتعلم الرياضيات، حيث حدد معظم المعلمين أن الأخطاء تعمل على تنشيط تفكير الطلبة، والمناقشة الفعالة، وتطوير المهارات التحليلية، وتصحيح الفهم الخطأ وسوء الفهم للمفاهيم. وبالمقابل، أظهرت النتائج أن هناك اتجاهات غير إيجابية نحو الأخطاء في تعليم وتعلم الرياضيات لدى بعض المعلمين، حيث يخشون من ضيق الوقت أو إرباك الطلبة الذين يعانون من أخطاء مقصودة وإحراجهم.

وهدفت دراسة ويلنغهام وستراير وبارلو وليشكا (Willingham, Strayer, Barlow & Lischka, 2018) إلى دعم تعلم الطلبة من خلال إستراتيجية قائمة على تحليل الأخطاء الرياضية الجديرة بالاهتمام في الغرف الصفية. ولتحقيق الهدف من الدراسة، اختاروا عينة من الطلبة المعلمين قبل الخدمة، وتم وضعهم في موقف يتعاملون فيه مع مهمة رياضية (خلط الطلاء) مصممة لمستوى طلبة الصفين السادس والسابع، حيث ركزت هذه المهمة على فهم النسبة والتناسب. وقد اظهرت نتائج الدراسة أن أخطاء الطلبة المعلمين قبل الخدمة مشابهة لأخطاء الطلبة في الصفين السادس والسابع، وأن استخدام استراتيجية قائمة على تحليل الاخطاء يؤدي إلى خلق بيئة تعليمية تعلمية- قوية في الغرفة الصفية. وقد أوصت الدراسة المعلمين قبل الخدمة بالسعي لاكتساب خبرة مناسبة في تحليل الأخطاء الرياضية الجديرة بالاهتمام، واستخدامها في التعليم باعتبارها واحدة من أهم الأدوات في حل المسائل الرياضية.

وسعت دراسة رشتون (Rushton, 2018) إلى تقصي أثر تضمين تحليل الأخطاء في تعلم الطلبة في موضوعي المعادلات والمتباينات، وفي تحصيلهم في الرياضيات، كذلك تقصّي فوائد وعيوب ذلك على المعلم وعلى الطلبة. واُستُخدم المنهج شبه التجريبي لتحقيق أهداف الدراسة، وبلغت عينة الدراسة (53) طالبًا من الصف السابع الأساسي، توزعت على مجموعتين، إحداهما ضابطة مكونة من (26) طالبًا درسوا بالطريقة الاعتيادية من خلال التركيز على الأمثلة الصحيحة فقط، والأخرى تجريبية مكونة من (27) طالبًا درسوا بالطريقة الاعتيادية مع تضمين تحليل الأخطاء الرياضية من خلال التركيز على الأمثلة الصحيحة والخطأ. واُستُخدم الاختبار القبلي والواجبات البيتية لتحديد الأخطاء الرياضية في أعمال الطلبة، وتمّ تعريض المجموعتين لاختبار بعدي لمقارنة فاعلية الاستراتيجية المستخدمة. وتمت مقابلة المعلمة والطلبة لتحديد الفوائد والعيوب في تضمين تحليل الأخطاء الرياضية في دروس الرياضيات. وقد أسفرت النتائج عن أن تضمين تحليل الأخطاء الرياضية في العملية التعليمية-التعلمية كان مفيدًا للمعلم والطلبة. وقد أوصت الدراسة بتضمين تحليل الأخطاء الرياضية في تعليم وتعلم الرياضيات.

وحاولت دراسة جيدك وكونياليوغلو وتنسر وموركويونلو (Gedik, Konyalıoğlu, Tuncer & Morkoyunlu, 2017) الكشف عن أفكار الطلبة وتفسيراتهم في أثناء التعامل مع أنشطة معالجة الأخطاء (MHA:Mistake Handling Activities) في صفوف الرياضيات. ولتحقيق هدف الدراسة، استخدموا المنهج النوعي من خلال اختيار عينة من (12) طالبًا من المتطوعين في مدارس ثانوية. وركزت مجموعة المناقشات على أنشطة التعامل مع الأخطاء الرياضية التي تحدث من قبل الطلبة في موضوع المتباينات. وتم جمع البيانات من خلال أعمال الطلبة المكتوبة، والمناقشات الصفية، والمقابلات شبه المقننّة. وقد توصلت نتائج الدراسة إلى تطابق أنشطة معالجة الأخطاء مع المنهج البنائي بشكل عام ونظرية المعرفة السلبية بشكل خاص، وأن أنشطة التعامل مع

الأخطاء الرياضية تعزز تعلم الرياضيات لدى طلبة المرحلة الثانوية، وتشجع على الابتكار، وتنمي التفكير الناقد.

وفي سياق استخدام الأمثلة الخطأ في تعلم الرياضيات، أجرى زهاو وتيلو (Zhao & Tello, 2016) دراسة هدفت إلى تقصّي تأثير استخدام الأمثلة الخطأ المحتملة من الطلبة في تعلم المفاهيم والإجراءات المرتبطة بحل المعادلات. ولتحقيق هدف الدراسة، تم اختيار عينة من (90) طالبًا من الصف الرابع الابتدائي، تم توزيعهم عشوائيًا بالتساوي على ثلاث مجموعات (تجريبيتين وضابطة)، وفي كل مجموعة توزع الطلبة على ثلاثة مستويات من المعرفة السابقة (عالٍ، ومتوسط، ومنخفض)، واستُخدم مع المجموعة التجريبية الأولى مثال صحيح بالإضافة إلى مثال يتخلله خطأ مع وصف الخطأ وعرض الخطوة الصحيحة، واستُخدم مع المجموعة التجريبية الثانية مثال صحيح بالإضافة الى مثال خطأ مع كتابة الخطأ وتقديم تبرير لسبب الخطأ وكيفية حل المعادلة بشكل صحيح. أما المجموعة الضابطة فاستُخدم معها فقط مثالان صحيحان. وقد أظهرت نتائج الدراسة أن الجمع بين الأمثلة الخطأ والأمثلة الصحيحة يؤدي إلى تحسين الفهم الجبري مقارنة باستخدام الأمثلة الصحيحة فقط. وقد أوصت الدراسة المعلمين باستخدام مزيج من الأمثلة الصحيحة والأمثلة الخطأ لدعم فهم الطلبة للمعادلات والنجاح في حل المعادلات، وبالتالي التقدم في الجبر، كما أوصت بإجراء مزيد من الدراسات لتناول مفاهيم وإجراءات رياضية أخرى.

وفي السياق نفسه، سعت دراسة بوث وبيقولي ومك كان (Booth, Begolli & McCann, 2016) إلى تقصّي فعالية دمج الأمثلة التي تتضمن حلولًا صحيحة والأمثلة التي تتضمن حلولًا خطأً في أثناء ممارسة الطلبة الرياضيات في الغرفة الصفية في تحسين تعلم الطلبة أثناء حل المسائل الرياضية. وتكونت عينة الدراسة من (75) طالبًا من المرحلة المتوسطة ممن يدرسون الجبر، وتم توزيع عينة الدراسة إلى مجموعتين؛ تجريبية تكونت من (37) طالبًا، وضابطة تكونت من (38) طالبًا. وتم جمع بيانات الدراسة من خلال اختبار الورقة والقلم (قبلي وبعدي) الذ تضمن ثلاثة مكونات (المعرفة المفاهيمية، والمعرفة الإجرائية، وتوقع الأخطاء). وأظهرت النتائج أن دمج الأمثلة (الصحيحة والخطأ) في أثناء الممارسة الصفية للرياضيات يؤدي إلى تحسين التعلم خلال حل المسائل الرياضية، ويدفع الطلبة إلى التفكير، ويزيد تمكن الطلبة من توقع أنواع مختلفة من الأخطاء الرياضية التي يقومون بها والتي يقوم بها الآخرون.

أما دراسة انغرام وپيت وبالدري (Ingram, Pitt & Baldry, 2015) فقد حاولت الكشف عن كيفية معالجة الأخطاء الرياضية من قبل المعلمين والطلبة عندما تنشأ تلقائيًا من التفاعلات الصفية، وتقصي أثرها على تعليم وتعلم الرياضيات. ولتحقيق هدف الدراسة، تم اختيار ثمانية معلمين من سبع مدارس ثانوية مختلفة، وتم تسجيل (22) درسًا من مجمل الدروس التي نفذها المعلمون بالفيديو. وركزت هذه الدروس على التعابير الجبرية، والاحتمالات، والإحصاء، وتم تحليلها باستخدام أسلوب تحليل المحادثة (Conversation Analysis)، وهو أسلوب استقرائي لتحليل التفاعلات الصفية يوفر إمكانية لفهم أكبر لكيفية مساهمة الأخطاء في التفاعل في أثناء تعليم وتعلم الرياضيات. وقد توصلت الدراسة إلى أن غالبية المعلمين تتجنب التعامل مع الأخطاء الرياضية خلال التفاعل الصفي، وأن استخدام الأخطاء الرياضية يعمل على زيادة التفاعل الصفي بين المعلم والطلبة وبين الطلبة أنفسهم، وبالتالي يوفر فرصة قوية لتعليم وتعلم الرياضيات.

وسعت دراسة ماكونيي وخانيل (Makonye & Khanyile, 2015) إلى تقصّي دور تحليل الأخطاء الرياضية وتبرير أسبابها في الغرفة الصفية في موضوع تبسيط الكسور الجبرية في الحد منها أو التغلب عليها، وفي تطوير فهم علائقي للمفاهيم الجبرية. ولتحقيق الهدف من الدراسة، تم اختيار عينة متيسرة مكونة من (15) طالبة من طالبات الصف العاشر. وتم جمع البيانات على ثلاثة مراحل؛ اختبار قبلي تضمن تبسيط الكسور الجبرية وتحليل أعمال الطالبات بحثًا عن أخطائهن، والمقابلات المسجلة صوتيًا التي تضمنت فحص وتحليل أسباب أخطاء الطالبات خلال حلهن للمهام في أثناء عملية التعلم، والاختبار البعدي الذي تضمن الكشف عن الفهم الخطأ والعمليات والإجراءات الخطأ بعد عملية التدريس المعتمدة على فحص وتحليل الأخطاء الرياضية. وقد اسفرت نتائج الدراسة عن تغلب الطالبات على (98.6%) من أخطائهن وتمكنهن من تبرير أسبابها، علاوة على تطوير فهم علائقي للمفاهيم الجبرية.

من خلال الاستعراض الموجز للأدب والدراسات السابقة، يُلحظ وجود اهتمام يدعم استخدام الأخطاء الرياضية كفرصة قوية في تعليم وتعلم الرياضيات. كذلك تتضح ندرة الدراسات العربية والمحلية -حسب اطلاع الباحثين- التي اهتمت بمنهج تحليل الأخطاء في أثناء تدريس الرياضيات. كذلك تظهر ندرة الدراسات السابقة التي تناولت أثر تحليل الأخطاء الرياضية في القدرة على التفكير ما وراء المعرفي. من هنا تم الإحساس بضرورة إجراء الدراسة الحالية، لاسيما وأن العديد من التربويين (Melis, 2004; Gartmeier, Bauer, Gruber & Heid, 2008) يؤكدون أهمية تنمية عمليات ما وراء المعرفة لدى الطلبة. وربما يسهم التعامل مع الأخطاء وتفسيرها وتصحيحها من قبل الطلبة في تنمية التفكير ما وراء المعرفي. كما يعد إدراك المعرفة السلبية من فهم خطأ واستراتيجيات حل غير مناسبة وكيفية التعامل معها شكلًا من أشكال ما وراء المعرفة. ويلعب التعلم من خلال التفاعل بين الأقران يلعب أدوارًا مهمة في التفكير ما وراء المعرفي؛ إذ يسمح للطلبة بالتعبير عن الأخطاء الرياضية في البيئة الصفية، وذلك من خلال طرح مهمات تكشف عن أخطاء الطلبة في البيئات الصفية. من هنا فقد نبعت المشكلة البحثية من خلال التساؤل الآتي: هل يسهم التعلم القائم على تحليل الأخطاء في تحسين القدرة على التفكير ما وراء المعرفي؟

مشكلة الدراسة وأسئلتها

انبثقت مشكلة الدراسة من أهمية التفكير ما وراء المعرفي، الذي يعد دعامة رئيسة في حل المسألة الرياضية، علاوة على دوره في تعزيز تعليم وتعلم الرياضيات (NCTM, 2000, 2014)، لاسيما وأن الدراسات التربوية (Vergnaud, 1988; Livingston, 2003) تشير في هذا السياق إلى أن حل المسألة يستلزم ممارسة مهارات التفكير ما وراء المعرفي من تخطيط وتنبؤ قبل حل المسألة، وتوجيه ذاتي وضبط في أثناء حلها، وتقويم بعد حلها، وبخاصة عند تعرض الطلبة لمسائل أو مواقف غير مألوفة.

وتأسيسًا على ما سبق، وانطلاقًا من الملاحظة الميدانية التي تتلخّص بضعف الطلبة في حل المسائل الرياضية، وبخاصة الواقعية منها التي تتطلب مراحل عدة من فهم وتخطيط وابتكار للحل وتنفيذ واع ومراقب من قبل الطالب كي يتجنب الوقوع في خطأ ما، علاوة على عملية التحقق من الحل واستراتيجيته ومعقوليته، وفي ظل غياب مدخل تحليل الأخطاء كإجراء تعليمي – تعلمي في بيئات تدريس الرياضيات على المستوى المحلي، فكل ذلك يستدعي استخدام مداخل تعليمية – تعلمية محورها الطالب، مثل التعلم القائم على تحليل الأخطاء الذي يتم من قبل الطالب من خلال اكتشافه للخطأ وتفسيره وبيان سببه وتصحيحه.

وبتحليل وحدة التناسب في كتاب الصف السابع الأساسي في الأردن، ومن خلال ممارسة المعلمين في الغرفة الصفية، يلحظ التركيز على الإجراءات التي قد لا تعمل على تحسين التفكير لدى الطلبة وفي مقدمته التفكير ما وراء المعرفي. ومن خلال استعراض الدراسات السابقة (Rushton, 2018; Borasi, 1987; Nesher, 1987) التي تناولت مدخل تحليل الأخطاء في تعليم وتعلم الرياضيات، فهي توصي باجراء المزيد من الدراسات لعينات وثقافات مختلفة ومتغيرات تابعة جديدة، كما تشير إلى أهمية المعرفة المكتسبة حول ما هو خطأ وما يفترض تجنبه في أثناء أداء مهمة رياضية معينة.

ونظرًا لقلة الدراسات على المستوى العالمي التي بحثت بشكل مباشر في دور تحليل الأخطاء الرياضية كفرص لتعليم وتعلم الرياضيات في تعزيز التفكير ما وراء المعرفي، فقد سعت هذه الدراسة إلى تقصّي فاعلية التعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية في تحسين التفكير ما وراء المعرفي لدى طلبة الصف السابع الأساسي، لاسيما وأن هذه الأخطاء يجب الاهتمام بها، سواءً من خلال تحليل الأخطاء الرياضية المتوقعة، أو تلك التي يرتكبها الطلبة في أثناء المواقف التعليمية، أو الواجبات البيتية، أو الأخطاء التي تظهر بعد أدائهم لعمليات التقييم المتعددة، والتي تكون جديرة بالفحص والتحليل. وجميع هذه الأخطاء من الممكن استثمارها في تعلم التفكير ما وراء المعرفي. من هنا تحاول هذه الدراسة الإجابة عن السؤالين الآتيين:

1. ما فاعلية التعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية في تحسين القدرة على التفكير ما وراء المعرفي لدى طلبة الصف السابع الأساسي على مقياس التفكير ما وراء المعرفي ككل؟

2. ما فاعلية التعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية في تحسين القدرة على التفكير ما وراء المعرفي لدى طلبة الصف السابع الأساسي على أبعاد مقياس التفكير ما وراء المعرفي (التخطيط والتنبؤ، والتنظيم الذاتي والضبط، والتقويم)؟

أهمية الدراسة

تنبثق أهمية الدراسة من تبنيها اتجاهًا بيداغوجيًا يقوم على الخطأ ونظرية الخبرة السلبية، التي تنظر إلى الخطأ باعتباره أمرًا إيجابيًا، لكنه يمثل عائقًا أمام تعلم الرياضيات، مما يوجب على معلم الرياضيات استغلال الأخطاء الرياضية وتوظيفها في عملية التعليم والتعلم من أجل مساعدة الطلبة لتجاوزها (Gartmeier, Bauer, Gruber & Heid, 2008; Parviainen, 2006).

وتأتي أهمية هذه الدراسة أيضًا من الاعتماد على بناء الطلبة لمعرفتهم من خلال خلق بيئة تعليمية-تعلمية تشجع الطالب على اكتشاف الأخطاء الرياضية وسوء الفهم لديه، والبحث عن أسبابها ومعالجتها؛ فأنشطة تحليل الأخطاء الرياضية ومعالجتها تتطابق مع المنهج البنائي.

كذلك تتمثل أهمية هذه الدراسة في تناولها موضوع التفكير ما وراء المعرفي الذي يعد مؤشرًا قويًا للتعلم، وتحقيق النجاح في حل المسائل الرياضية، ومن عمليات التفكير العليا التي يحتاجها المتعلم في المجالات التعليمية كافة، وخاصة الرياضيات، وفي المواقف الحياتية.

كذلك تكمن أهمية هذه الدراسة في تقديم أنشطة لكيفية استثمار الأخطاء وسوء الفهم في تعليم وتعلم الرياضيات ، وبالذات في موضوع التناسب الذي يشكل صعوبة بالنسبة للطلبة، وكيفية استثمار تلك الأخطاء في تعزيز القدرة على التفكير ما وراء المعرفي لدى الطلبة، مما قد يفسح المجال للمعلمين ومطوري أدلة المعلمين للاطلاع عليها والاستفادة منها.

التعريفات الاصطلاحية والإجرائية

- **التعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية:** يعرفه رشتون (Rushton, 2018) بأنه منهج تعليم وتعلم يقوم على استقصاء وتأمل الأخطاء وتحليلها وتفسيرها وتصحيحها من قبل الطالب، وذلك من أجل تحقيق معيارين لممارسة الرياضيات هما: فهم المسائل والمثابرة على حلها، وتحقيق الدقة في الرياضيات وتجنب الخطأ. ويعرّف إجرائيًا في هذه الدراسة بأنه بيئة تعليمية

– تعلمية تقوم على استخدام الأنشطة الرياضية التي تحتوي على أمثلة صحيحة وأمثلة خطأ، وتشجع على البحث عن الأخطاء الرياضية وتفسيرها وتبرير أسبابها وتصحيحها من قبل الطالب؛ فهي تسمح بالأخطاء الرياضية في الغرفة الصفية وترحب بها لاستخدامها في تعلم موضوع التناسب، وتطبق على المجموعة التجريبية.

- **فاعلية التعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية:** تعرّف الفاعلية إجرائيًا بأنها القدرة على تحسين التفكير ما وراء المعرفي في المجموعة التجريبية التي تتعرض للتعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية، مقارنة مع المجموعة الضابطة التي تتعرض للتعلم غير القائم على تحليل الأخطاء الرياضية. وتقاس من خلال الفرق الجوهري بين درجات تقدير مجموعتي الدراسة (التجريبية، والضابطة) على مقياس التفكير ما وراء المعرفي، إضافة إلى حجم الأثر لطريقة التدريس المتمثل في نسبة التباين المفسّر في متغير التفكير ما وراء المعرفي.

- **التعلم غير القائم على تحليل الأخطاء الرياضية**: بيئة تعليمية-تعلمية تقوم على استخدام الأنشطة الرياضية التي تحتوي على الأمثلة الصحيحة، ولا تسمح باستخدام الأخطاء الرياضية في الغرفة الصفية خوفًا من إحراج الطلبة عند ارتكابهم الأخطاء الرياضية. وتعتمد على الأمثلة الصحيحة فقط في تعلم موضوع التناسب المقرّر لطلبة الصف السابع الأساسي ، وتطبق على المجموعة الضابطة.

- **الخطأ الرياضي**: يُعبّر عنه بالفهم الخطأ أو سوء الفهم للمفاهيم الرياضية (أخطاء مفاهيمية (misconceptions)، أو عمليات الحل غير الصحيحة (أخطاء إجرائية) (Procedural errors)، أو استراتيجيات الحل غير الفعّالة في حل المسائل الرياضية، أو الحجج الرياضية غير المكتملة. ويرتبط بثلاثة معايير للأخطاء الرياضية الجديرة بالفحص والتحليل في الغرفة الصفية، وهي: تحليل الخطأ الذي يحفز فهم المتعلم ويحقق هدف الدرس، وشيوع الخطأ، ووجود سوء فهم جوهري لدى المتعلم للمفاهيم الرياضية الأساسية. وتحدد الأخطاء الرياضية في هذه الدراسة بالأخطاء التي يمكن أن يقع فيها الطلبة في موضوع التناسب المقرر في كتاب الصف السابع الأساسي والمفاهيم المرتبطة به.

- **التفكير ما وراء المعرفي**: يتحدّد بثلاث مهارات في حل مسائل رياضية تتعلق بموضوع التناسب، وهي: **التخطيط والتنبؤ**؛ أي القدرة على وضع خطة للحل، وإدراك صعوبة المسألة وسبب صعوبتها وإمكانية حلها بشكل صحيح، وذلك قبل الشروع بحل المسألة، و**التنظيم الذاتي والضبط**؛ أي إدراك تسلسل أولويات التفكير في البحث عن حل المسألة وتنفيذه، وذلك في أثناء حل المسألة، و**التقويم**، الذي يتم بعد حل المسألة للتعبير عن مدى تأكد الطالب من صحة حله أو عدمها. وتقاس القدرة على التفكير ما وراء المعرفي بالدرجة الكلية على المقياس والدرجة على كل بعد من أبعاده التي يقدّر من خلالها الطالب مدى ممارسته لمهارات التفكير ما وراء المعرفي من خلال المقياس الذي أعد لهذا الغرض.

حدود الدراسة ومحدداتها

تتحدّد نتائج الدراسة الحالية وتعميمها على عينات غير مماثلة في اقتصارها على عينة من طلبة الصف السابع الأساسي في إحدى المدارس الحكومية التابعة لإحدى مديريات التربية والتعليم في محافظة إربد للفصل الأول من العام الدراسي 2020/2019، كما يقتصر المحتوى الرياضي على وحدة التناسب الواردة في منهاج الصف السابع الأساسي، مما يحد من تعميم نتائجها على موضوعات رياضية أخرى. هذا علاوة على اقتصار مهارات التفكير ما وراء المعرفي على التخطيط والتنبؤ، والتنظيم الذاتي والضبط، والتقويم، بالاضافة إلى الخصائص السيكومترية لمقياس التفكير ما وراء المعرفي، علمًا بأنه من إعداد الباحثين.

الطريقة والاجراءات

أفراد الدراسة

تم اختيار أفراد الدراسة بالطريقة المتيسرة من طلبة الصف السابع الأساسي في إحدى مدارس مديرية التربية والتعليم في لواء بني كنانة. وتحتوي هذه المدرسة على شعبتين من الصف السابع الأساسي؛ إذْ تحددت إحداهما بالتعيين العشوائي كمجموعة تجريبية تألفت من (24) طالبًا، والشعبة الأخرى كمجموعة ضابطة تألفت من (21) طالبًا.

أنشطة التعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية

تم اختيار وحدة "التناسب" من منهاج الصف السابع الأساسي في الأردن نظرًا لارتباطها بمفاهيم رياضية أساسية كمفهوم النسبة وما ينبثق عنها من عمليات كالتبرير، علاوة على الصعوبات التي يواجهها الطلبة في هذه الوحدة، وتعدد الأخطاء من مفاهيمية وإجرائية التي يقعون فيها. وتم تحليل الوحدة حسب نتاجات التعلم والمحتوى (المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية وحل المسألة والتبرير التناسبي)، ومن ثمّ إعادة بناء هذه الوحدة بالاعتماد على توصيات الأدب السابق في تدريس التناسب. ووفق التعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية، فقد تم بناء أنشطة رياضية تتضمن حلولًا صحيحة وأخرى تتضمن حلولًا خطأً. وتم تطوير الأنشطة التي تتضمن حلولا خطأً من خلال جمع استجابات بعض المعلمين عن سؤالين مفتوحين، وهما:

1. *ما الصعوبات التي تواجهك في أثناء تدريسك موضوع النسبة والتناسب؟*

2. *ما الأخطاء الرياضية التي يرتكبها الطلبة في موضوع النسبة والتناسب؟*

وقد تم تطوير الأمثلة التي تتخللها أخطاء من خلال الاسترشاد بما ورد في الأدب السابق من الصعوبات والأخطاء في المفاهيم والإجراءات المرتبطة بموضوع التناسب، وركزت الأنشطة الرياضية ذات الحلول الخطأ على اكتشاف الأخطاء الرياضية، وتفسيرها، وتبرير أسبابها، وتصحيحها من قبل الطالب، وذلك بموجب إطار عمل لتنظيم تنفيذ هذه الأنشطة.

أما المحتوى الرياضي (وحدة التناسب) الذي يخص المجموعة الضابطة، فقد بقي كما هو في الوحدة التي تمت إعادة بنائها للمجموعة التجريبية، لكن تم التركيز فيها على الأنشطة التي تتضمن حلولًا صحيحة فقط، والاستعاضة عن الحلول الخطأ أينما وردت في الوحدة بحلول صحيحة. وتم تدريسها أيضًا مع استخدام إجراءات التدريس والتقويم نفسها للمجموعة التجريبية ولكن دون التطرق لأي أمثلة خطأ، وعندما يحصل خطأ، من الواجبات البيتية، أو في أثناء الحصة الصفية، أو في الاختبارات القصيرة، فإنه يتم تصحيحه مباشرة من قبل المعلم دون التطرق لتحليله أو تبريره أو مراجعته. وتم اقتراح إطار عمل لتنظيم تنفيذ هذه الأنشطة التي ركزت على الأمثلة الصحيحة فقط للمجموعة الضابطة.

وقد تمّ تدريس المحتوى الرياضي للمجموعتين من خلال الالتزام بالخطة التدريسية والمادة التعليمية كما وردت في دليل المعلم المعد لهذا الغرض، وقد استبدل بأيّ حل خطأ أينما ورد في أي نشاط رياضي حلّ صحيح في تدريس المجموعة الضابطة، وذلك تجنباً للتحيز في طبيعة النشاطات ومضامينها. كما تم تفريغ الأنشطة الرياضية والتدريبات وأنشطة التقويم على أوراق عمل لتحقيق الهدف، واستخدم ما يلزم من مداخل تدريس، وتناولت طرق تنظيم الطلبة ثلاثة مسارات: فردية، ومجموعات تعاونية، ومناقشات صفية. وبالنسبة لطرق التقييم، فقد استخدم أسلوب الملاحظة في أثناء تنفيذ النشاطات وتحليل الأخطاء من قبل الطلبة، إلى جانب الاختبارات القصيرة.

أداة الدراسة

اختبار التفكير ما وراء المعرفي

بعد مراجعة الأدب السابق المتعلق بالتفكير ما وراء المعرفي، تم تطوير مقياس التفكير ما وراء المعرفي اعتمادًا على مقياس شرو ودينسون (Schraw & Dennison, 1994)، وتألف من (29) فقرة لقياس ثلاثة أبعاد للتفكير ما وراء المعرفي، وهي:

1. التخطيط والتنبؤ (ما قبل حل المسألة أو السؤال): أي ممارسة قراءة المسألة وتحليلها و إدراك صعوبة المسألة وسبب صعوبتها وإمكانية حلها بشكل صحيح، ومحاولة ابتكار خطة لحلها.
2. التنظيم الذاتي والضبط (في أثناء حل المسألة أو السؤال): أي إدراك تسلسل أولويات التفكير في البحث عن حل المسألة وتنفيذه.
3. التقويم (ما بعد حل المسألة أو السؤال): ويتم بعد حل المسألة للتعبير عن مدى تأكد الطالب من صحة حله أو عدمه.

وتم التحقق من صدق المقياس من خلال عرضه على مجموعة من المختصين التربويين، ومختصين باللغة العربية لتدقيقه لغويًا. وبناء على آرائهم، تم تعديل صيغ فقراته لتلائم المستوى العمري لأفراد الدراسة، وأصبح في صورته النهائية، والجدول (1) يوضح معايير اختيار فقرات المقياس.

الجدول (1)

معايير فقرات مقياس ما وراء المعرفة

مهارات التفكير ما وراء المعرفي	مؤشر التفكير	عدد الفقرات
1- التخطيط والتنبؤ (ما قبل حل المهمة)	- إدراك إمكانية حل المهمة التناسبية - إدراك صعوبة المهمة التناسبية وسبب صعوبتها - إدراك أهمية المهمة التناسبية في عدة سياقات (الرياضيات، والعلوم الأخرى، والحياة اليومية) - إدراك ضرورة ابتكار خطة حل مناسبة من خلال قراءة المهمة، والوعي بالمعرفة السابقة اللازمة لحلها	11
2- التنظيم الذاتي والضبط (في أثناء حل المهمة)	- إدراك أولويات التفكير في البحث عن الحل - إدراك تسلسل التفكير في أثناء تنفيذ الحل - استخدام عدة طرق للحل، وتطبيق الطريقة الفعالة للحل	10
3- التقييم (ما بعد حل المهمة)	- القدرة على تحليل المهمة التناسبية - القدرة على التحقق من صحة الحل - القدرة على اتخاذ القرار	8
المجموع		29

وقد تم تطبيق الاختبار مرتين متباعدتين بفاصل زمني مقداره اسبوعان على مجموعة استطلاعية من خارج عينة الدراسة بلغت (23) طالبًا، وتم التحقق من ثبات مقياس التفكير ما وراء المعرفي وأبعاده بطريقة الاختبار وإعادة تطبيق الاختبار من خلال حساب معامل ارتباط بيرسون بين أدائهم على الاختبار في المرتين؛ إذ بلغ (0.97) للمقياس ككل، وتراوح للأبعاد بين (0.85-0.89)، وتعد هذه القيم مقبولة لأغراض الدراسة. ومن أجل التأكد من صدق الاتساق الداخلي للمقياس، حسبت معاملات ارتباط الفقرات مع الدرجة الكلية، ومعاملات ارتباط الفقرات مع مجالاتها، ووقعت على التوالي ضمن الفئتين (0.43-0.87) و(0.44-0.89)، وجميعها ذات دلالة إحصائية ($\alpha = 0.01$).

وفيما يتعلق بتحديد الزمن الملائم للإجابة على فقرات الاختبار، فقد أظهر تطبيق المقياس على العينة الاستطلاعية أن الزمن اللازم للإجابة على فقراته لا يزيد على (15) دقيقة. وتم تصحيح مقياس التفكير ما وراء المعرفي باستخدام قاعدة تصحيح (Rubric)؛ أي درجة تقدير لكل فقرة، حيث استخدم تدريج خماسي على النحو الآتي: دائما (4 علامات)، وغالبًا (3 علامات)، وأحيانًا (علامتان)، ونادرًا (علامة واحدة)، ومطلقًا (صفر). وبذلك بلغت درجة التقدير القصوى (116)، كما بلغت درجات التقدير على الأبعاد: التخطيط والتنبؤ، والتوجيه الذاتي والضبط، والتقويم (44)و (40)و (32) على التوالي. وتم تطبيق المقياس على المجموعتين التجريبية والضابطة قبليًا وبعديًا.

منهجية الدراسة

اتبعت الدراسة المنهج شبه التجريبي بتصميم قبلي- بعدي لمجموعتين إحداهما تجريبية والأخرى ضابطة. وبذلك تكون طريقة التدريس هي المتغير المستقل بمستويين (قائمة على تحليل الأخطاء، وغير قائمة على تحليل الأخطاء)، ومثلت المقدرة على التفكير ما وراء المعرفي المتغير التابع.

إجراءات تنفيذ الدراسة

تم الشروع في تنفيذ الدراسة حسب الخطوات الآتية:

- استطلاع آراء مجموعة من المعلمين الذين يدرّسون وحدة التناسب في الصف السابع الأساسي من خلال سؤالين مفتوحين: ما الصعوبات التي تواجهها خلال تدريسك موضوع النسبة والتناسب؟ وما الأخطاء التي يرتكبها الطلبة فيه؟.
- الاستعانة بالأدب السابق من أجل اختيار أمثلة خطأ وأمثلة صحيحة في موضوع التناسب لتساعد في بناء المحتوى الرياضي، وإعداد دليل للمعلم من أجل الاسترشاد به.
- بناء مقياس التفكير ما وراء المعرفي بصورته الأولية.
- الحصول على كتاب تسهيل المهمة من وزارة التربية والتعليم.
- تطبيق مقياس التفكير ما وراء المعرفي على عينة استطلاعية من خارج عينة الدراسة مرتين متباعدتين، من أجل تجريبه والتحقق من ثباته وصدق اتساقه الداخلي.
- اختيار المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة للدراسة في المدرسة المختارة.
- تطبيق مقياس التفكير ما وراء المعرفي قبليًا على المجموعتين التجريبية والضابطة.
- عقد اتفاق مع طلبة المجموعة التجريبية، ينص على أن الأصل ألا نقوم بالأخطاء الرياضية إلا أنه من الطبيعي أن يحدث بعضها نظرًا لطبيعة الرياضيات، وعلينا المخاطرة وعدم الخوف أو الحرج من ارتكاب الأخطاء الرياضية في الغرفة الصفية، وسنقوم باستثمارها في تعلم الرياضيات، وعلينا عدم تجاهلها أو تصحيحها مباشرة دون معرفة أسبابها وتبريرها ومعالجتها.
- إعادة بناء وحدة التناسب وفقًا للتعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية لطلبة المجموعة التجريبية، من خلال خلق بيئة تعليمية-تعلمية تشجع أعمال الطلبة الصحيحة، مع السماح بالأخطاء الرياضية في الغرفة الصفية، والتخفيف من حرج الطلبة عند ارتكابهم لها، ومناقشة الأخطاء الرياضية المتوقعة الجديرة بالفحص والتحليل التي تظهر خلال التدريس وفي الواجبات البيتية، ومعرفة أسبابها وتصحيحها من قبل الطلبة أنفسهم في الغرفة الصفية، وتمت ملاحظة الطلبة خلال عمليات تحليل الأخطاء والمناقشات الصفية وتسجيل نتائجها من خلال قوائم رصد.
- تشجيع أعمال الطلبة الصائبة في الغرفة الصفية، والتخفيف من حرج الطلبة عند وقوعهم في خطأ، وهذا ما أكده الأدب التربوي، وذلك بقول المعلم: لا بأس...!، أنا سعيد أنك أخطأت فيها الآن...!، لأنك ذكرتني بمعلومة مهمة أحب أن أخبر جميع الطلبة بها" (Henrich, 2017).
- استخدام أخطاء الطلبة الرياضية التي تظهر في الواجبات البيتية، وتحليلها ومناقشة ما يستحق منها، وبخاصة الناتجة عن فهم خطأ للمفاهيم الأساسية، في الحصة اللاحقة. وكان الاهتمام بتحليل الأخطاء الرياضية التي تتفق مع معايير الأخطاء الرياضية الجديرة بالفحص والتحليل في الغرف الصفية. وقد استغرق تنفيذ التجربة أربعة أسابيع من تاريخ 2019/12/3 إلى 2019/12/31 خلال الفصل الأول من العام الدراسي 2020/2019.
- تدريس المجموعة الضابطة وحدة التناسب التي تمت إعادة بنائها، ولكن وفق الأنشطة التي تتضمن أمثلة صحيحة، وكانت جميع الأمثلة التي تم عرضها صحيحة الحل، ولم يتم التطرق لتحليل أمثلة خطأ، وعندما حصل خطأ في أثناء الحصة الصفية تم

تصحيحه مباشرة من قبل المعلم دون التطرق إلى تحليله أو تبريره أو معالجته.

- التطبيق البعدي لمقياس التفكير ما وراء المعرفي على الطلبة في المجموعتين التجريبية والضابطة، وتصحيحه وفق التدريج المعتمد.
- القيام بتحليل بيانات الدراسة ومناقشتها، وكتابة التوصيات المقترحة بشأنها.

المعالجات الاحصائية

للإجابة عن سؤالي الدراسة، فقد استخدم الآتي:

- حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لدرجة تقدير طلبة الصف السابع الأساسي على مقياس التفكير ما وراء المعرفي في القياسين القبلي والبعدي تبعًا لمتغير طريقة التدريس، ومن ثمّ المقارنة بين المتوسطين باستخدام تحليل التباين الأحادي المصاحب (One-way ANCOVA) للقياس البعدي لمقياس التفكير ما وراء المعرفي ككل وفقًا لطريقة التدريس بعد تحييد أثر القياس القبلي لديهم.
- حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية للقياسين القبلي والبعدي لأبعاد التفكير ما وراء المعرفي وفقًا لمتغير طريقة التدريس، وبهدف التحقق من جوهرية الفروق الظاهرية، تم تطبيق تحليل التباين المصاحب الأحادي المتعدد (One-way MANCOVA) على الأبعاد مجتمعة، ثمّ اُتبع بتحليل التباين الأحادي على مستوى كل بعد. ولتحديد لصالح أي من مجموعتي الدراسة كانت الفروق الجوهرية، تم حساب المتوسطات الحسابية المعدلة والأخطاء المعيارية للأبعاد وفقًا للمجموعة.

نتائج الدراسة

تم عرض نتائج الدراسة حسب أسئلتها، وذلك على النحو الآتي:

نتائج السؤال الأول، والذي نص على *"ما أثر التعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية في تحسين القدرة على التفكير ما وراء المعرفي لدى طلبة الصف السابع الأساسي، وذلك على مقياس التفكير ما وراء المعرفي ككل؟"*

للإجابة عنه، حسبت المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لأداء أفراد مجموعتي الدراسة على مقياس التفكير ما وراء المعرفي في القياسين القبلي والبعدي تبعًا لمتغير طريقة التدريس، وذلك كما يتضح في الجدول (2).

الجدول (2)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لدرجات تقدير أفراد مجموعتي الدراسة على مقياس التفكير ما وراء المعرفي ككل للقياسين القبلي والبعدي تبعاً لطريقة التدريس

طريقة التدريس	العدد	القياس القبلي		القياس البعدي	
		المتوسط الحسابي*	الانحراف المعياري	المتوسط الحسابي*	الانحراف المعياري
القائم على تحليل الأخطاء	24	53.63	14.267	85.17	14.910
غير القائم على تحليل الأخطاء	21	57.24	17.404	64.57	16.518

* العلامة القصوى = 116

يتضح من الجدول (2) وجود فرق ظاهري بين المتوسطات الحسابية لدرجات تقدير أفراد مجموعتي الدراسة التجريبية والضابطة على مقياس التفكير ما وراء المعرفي ككل في القياس البعدي وفقًا لطريقة التدريس. ولمعرفة ما إذا كان الفرق الظاهري ذا دلالة إحصائية، تم استخدام تحليل التباين الأحادي المصاحب (One-way ANCOVA) للقياس البعدي لمقياس التفكير ما وراء المعرفي ككل وفقًا لطريقة التدريس بعد تحييد أثر القياس القبلي لديهم، وفيما يلي عرض لهذه النتائج كما هو مبين في الجدول (3).

الجدول (3)

نتائج تحليل التباين الأحادي المصاحب (One Way ANCOVA) للقياس البعدي لدرجات تقدير أفراد مجموعتي الدراسة على مقياس التفكير ما وراء المعرفي وفقا لطريقة التدريس

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط مجموع المربعات	قيمة ف	مستوى الدلالة	مربع إيتا η^2
القياس القبلي	8188.530	1	8188.530	144.385	0.000	
طريقة التدريس	6232.743	1	6232.743	109.900	0.000	0.724
الخطأ	2381.946	42	56.713			

يتضح من الجدول (3) وجود فرق ذي دلالة إحصائية (α = 0.05) في درجات تقدير طلبة الصف السابع الأساسي على مقياس التفكير ما وراء المعرفي وفق طريقة التدريس. ولتحديد لصالح من تعزى الفروق، تم استخراج المتوسطات الحسابية المعدّلة والأخطاء المعيارية لها وفقا لطريقة التدريس، وقد بلغت على التوالي (86.64) بخطأ معياري (1.54)، و(62.89) بخطا معياري (1.65) لكل من المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة. وبذلك يكون الفرق الجوهري لصالح المجموعة التجريبية التي تعرضت للتعلم القائم على تحليل الأخطاء، مما يعني وجود أثر لطريقة التدريس. كما يتضح من الجدول (3) أن حجم أثر طريقة التدريس كان كبيرًا؛ فقد فَسرت قيمة مربع إيتا ($\eta 2$) ما نسبته (72.4%) من التباين المُفسر (المتنبأ به) في المتغير التابع وهو التفكير ما وراء المعرفي.

نتائج السؤال الثاني، والذي نص على: *"ما أثر التعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية في تحسين القدرة على التفكير ما وراء المعرفي لدى طلبة الصف السابع الأساسي، وذلك على أبعاد مقياس التفكير ما وراء المعرفي (التخطيط والتنبؤ، والتنظيم الذاتي والضبط، والتقييم)؟"*

وللإجابة عن هذا السؤال، تم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية للقياسين القبلي والبعدي لأبعاد اختبار التفكير ما وراء المعرفي وفقًا لطريقة التدريس، ويبين ذلك الجدول (4).

الجدول (4)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لدرجات تقدير طلبة الصف السابع الأساسي على أبعاد التفكير ما وراء المعرفي للقياسين القبلي والبعدي تبعًا لطريقة التدريس

الأبعاد	المجموعة	العدد	القياس القبلي		القياس البعدي	
			المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
التخطيط والتنبؤ*	تجريبية	24	22.63	5.468	32.29	5.489
	ضابطة	21	24.00	6.550	26.19	5.921
	الكلي	45	23.27	5.967	29.44	6.416
التنظيم الذاتي والضبط**	تجريبية	24	18.13	4.803	30.71	5.607
	ضابطة	21	19.90	5.787	23.67	5.747
	الكلي	45	18.96	5.300	27.42	6.638
التقييم***	تجريبية	24	12.88	4.485	21.83	6.545
	ضابطة	21	13.33	5.704	14.71	6.018
	الكلي	45	13.09	5.035	18.51	7.194

* العلامة القصوى = 44. ** العلامة القصوى = 40. *** العلامة القصوى = 32.

يلحظ من الجدول (4) وجود فروق ظاهرية بين المنوسطات الحسابية في القياسين القبلي والبعدي لأبعاد مقياس التفكير ما وراء المعرفي ناتج عن اختلاف متغير طريقة التدريس (القائم على تحليل الأخطاء، وغير القائم على تحليل الأخطاء). وبهدف التحقق من جوهرية الفروق الظاهرية، تم تطبيق تحليل التباين المصاحب الأحادي المتعدد (One-way MANCOVA) للأبعاد مجتمعة، وذلك كما هو مبين في الجدول (5).

الجدول (5)

نتائج تحليل التباين الأحادي المصاحب المتعدد (One-way MANCOVA) لأثر طريقة التدريس على أبعاد مقياس ما وراء المعرفة مجتمعة

الأثر	نوع الاختبار المتعدد	قيمة الاختبار المتعدد	ف الكلية	درجة حرية الفرضية	درجة حرية الخطأ	احتمالية الخطأ	حجم الأثر $\eta 2$
طريقة التدريس	Hotelling's Trace	2.380	30.147	3.000	38.000	0.000	0.704

يتبين من الجدول (5) وجود أثر ذي دلالة إحصائية لطريقة التدريس (α =0.05) على القياس البعدي لأبعاد مقياس التفكير ما وراء المعرفي مجتمعة، حيث بلغت قيمة هوتلينج (2.380) بدلالة إحصائية بلغت (0.000). ولتحديد على أي بعد من الأبعاد كان أثر طريقة التدريس، فقد تم إجراء تحليل التباين الأحادي المصاحب (One-way ANCOVA) لكل بعد من أبعاد مقياس التفكير ما وراء المعرفي، وذلك كما هو مبين في الجدول (6).

الجدول (6)

تحليل التباين الأحادي المصاحب (One-way ANCOVA) لأثر طريقة التدريس على القياس البعدي لكل بعد من أبعاد مقياس التفكير ما وراء المعرفي

مصدر التباين		مجموع المربعات	درجة الحرية	متوسط مجموع المربعات	ف	احتمالية الخطأ	حجم الأثر η2
التنبؤ القبلي (المصاحب)	التنبؤ البعدي	178.655	1	178.655	24.414	0.000	
التنظيم القبلي (المصاحب)	التنظيم الذاتي البعدي	1.552	1	1.552	.148	0.703	
التقييم القبلي (المصاحب)	التقييم البعدي	217.745	1	217.745	13.688	0.001	
طريقة التدريس	التخطيط والتنبؤ البعدي	527.556	1	527.556	72.093	0.000	0.643
	التنظيم الذاتي البعدي	702.557	1	702.557	66.921	0.000	0.626
	التقييم البعدي	523.345	1	523.345	32.898	0.000	0.451
الخطأ	التنبؤ البعدي	292.710	40	7.318			
	التنظيم الذاتي البعدي	419.932	40	10.498			
	التقييم البعدي	636.326	40	15.908			
الكلي المصحح	التنبؤ البعدي	1811.111	44				
	التنظيم الذاتي البعدي	1938.978	44				
	التقييم البعدي	2277.244	44				

يظهر من الجدول (6) وجود فروق دالة إحصائيا (α = 0.05) وفقًا لأثر طريقة التدريس في جميع الأبعاد. ولتحديد لصالح أي من مجموعتي الدراسة كانت الفروق الجوهرية، فقد تم حساب المتوسطات الحسابية المعدلة والأخطاء المعيارية للأبعاد وفقًا للمجموعة، كما هو مبين في الجدول (7).

الجدول (7)

المتوسطات الحسابية المعدلة والأخطاء المعيارية للقياس البعدي لأبعاد مقياس التفكير ما وراء المعرفي وفقاً للمجموعة

المتغير التابع	المجموعة	المتوسط الحسابي المعدل	الخطأ المعياري
التخطيط والتنبؤ البعدي	تجريبية	32.798	0.564
	ضابطة	25.612	0.605
التنظيم الذاتي البعدي	تجريبية	31.292	0.676
	ضابطة	22.999	0.725
التقويم البعدي	تجريبية	21.851	0.832
	ضابطة	14.694	0.892

يتضح من الجدول (7) أن الفروق الجوهرية بين المتوسطات الحسابية المعدلة للقياس البعدي في جميع أبعاد مقياس التفكير ما وراء المعرفي كانت لصالح أفراد المجموعة التجريبية الذين تعرضوا للتعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية مقارنة بأفراد المجموعة الضابطة، علمًا بأنّ حجم الأثر للأبعاد تراوح بين (45.1% - 64.3%) كما يوضحه الجدول(6). وعليه، يمكن القول استنادًا على النتائج أعلاه إن التعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية يحسن قدرة طلبة الصف السابع الأساسي على التفكير ما وراء المعرفي.

مناقشة النتائج

بينت نتائج الدراسة أن التعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية يحسّن بدلالة إحصائية من التفكير ما وراء المعرفي لدى أفراد المجموعة التجريبية مقارنة مع أقرانهم في المجموعة الضابطة. وقد ظهر ذلك جليًا من خلال تحسن درجات تقدير طلبة المجموعة التجريبية في مقياس ما وراء المعرفة الكلي البعدي وفي كل بعد من أبعاده (التخطيط والتنبؤ، والتنظيم الذاتي والضبط، والتقييم) عن درجات تقدير طلبة المجموعة الضابطة.

ويمكن عزو هذه النتيجة إلى الأثر الفعّال للتعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية في تحسين قدرة طلبة الصف السابع الأساسي على التفكير ما وراء المعرفي وأبعاده؛ فهو يعمل على تحسين القدرة على القراءة، وفهم النصوص، والتبرير، والذاكرة، وحل المسائل. وهذا ما كشفته الدراسات السابقة (Tsovaltzi, Melis, McLaren, Meyer, Dietrich & Goguadze, 2010) التي أكدت على المكاسب الكبيرة للطلبة من استخدام الأمثلة الخطأ في تحسين القدرة على التفكير ما وراء المعرفي، علاوة على دراسة (Kramarski & Zoldan, 2008) التي أشارت إلى تفوق طلبة تشخيص الأخطاء الرياضية في التفكير ما وراء المعرفي، ودراسة (Monthienvichienchai & Melis, 2006) التي أشارت إلى أن اكتشاف الأخطاء الرياضية في مثال وتفسيرها ومعالجتها تحفز الطلبة وتشجعهم على ممارسة التفكير ما وراء المعرفي.

كما يمكن عزو هذه النتيجة إلى الدور الفعّال للتعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية في تحسين قدرة الطلبة على ممارسة التفكير ما وراء المعرفي بمهاراته المختلفة (التخطيط والتنبؤ، والتنظيم الذاتي والضبط، والتقييم)؛ فعندما يقوم الطلبة بتحليل الأخطاء الرياضية في مسألة معينة، فإن ذلك يساعدهم على التخطيط من جديد، ومراقبة حلولهم والتأمل فيها، والتنبؤ بصعوبة المسألة وقدرتهم على حلها، والتنبؤ بالحلول الصحيحة والخطأ في مسائل أخرى، وتنظيم حلولهم باستخدام تمثيلات رياضية متعددة (الاشكال، والجداول، والرسومات، والرموز)، وتقييم حلولهم وحلول الآخرين. وتتوافق هذه النتيجة مع ما أكدته دراسات سابقة (Kramarski & Zoldan, 2008; Monthienvichienchai & Melis, 2006) أشارت إلى أن استخدام الأخطاء الرياضية في التعلم يساعد الطلبة على مراقبة حلولهم وتفكيرهم، ويشجعهم على التنظيم الذاتي للمعلومات في المسألة وحلها، واكتساب معايير لتقييم استراتيجيات الحل الخاصة بهم واستراتيجيات الآخرين. كذلك فإن تضمين الأخطاء الرياضية يتيح للطلبة فرص التدريب عل ما وراء التفكير، والتفكير النقدي، والمراقبة الذاتية، وفرض التفسير الذاتي للحكم على خطوات الحل على أنها صحيحة أو خطأ.

وفي ضوء هذه النتيجة، وبناءً على ما أشارت إليه العديد من الدراسات (Veenman, Wilhelm & Beishuizen, 2004; Wang, Haertel & Walberg, 1990)، فإن نمو مهارات التفكير ما وراء المعرفي يساعد الطلبة في أثناء قراءتهم وكتابتهم وحلهم المسائل على التخطيط، والمراقبة، وتقييم تقدمهم، والتحكم الذاتي في تعلمهم، ويحسن لديهم جميع القدرات المعرفية كالقراءة، وفهم النصوص، والتبرير، وحل المشكلات، والذاكرة، ويؤدي إلى تحسين جميع مجالات التعلم وخاصة الرياضيات. وبالتالي فإن هذا التحسن يسهم في مساعدة الطلبة على نقل ما يتعلمونه من سياق إلى آخر أو من مهمة سابقة إلى مهمة جديدة.

وتؤشر نتائج هذا السؤال إلى الفاعلية الكبيرة للتعلم القائم على تحليل الأخطاء في تحسين مهارات التفكير ما وراء المعرفي. ولعل ما يؤكد ذلك ما ذكره الأدب السابق المتعلق بالتفكير ما وراء المعرفي، من حيث توكيداته أن التفكير ما وراء المعرفي يعد مؤشرًا قويًا للتعلم، حيث يعد من أرقى مستويات التفكير العليا المهمة للطلبة (EEF, 2019; Veenman, Wilhelm & Beishuizen, 2004; Wang, Haertel & Walberg, 1990). وانطلاقًا من ذلك، فهناك ضرورة لتنمية التفكير ما وراء المعرفي لدى الطلبة، كما أن التعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية بما فيه من ميزات في التنبؤ بالأخطاء الرياضية والتأمل فيها ومراجعة خطوات الحل من أجل اكتشاف الأخطاء الرياضية وأسبابها ومعالجتها قد يساعد في تنمية التفكير ما وراء المعرفي لدى الطلبة. من هنا يمكن القول إن انخفاض أداء المجموعة الضابطة يمكن عزوه إلى عدم توفير بيئة صفية تسمح بالأخطاء الرياضية من أجل تحليل أسباب هذه الأخطاء واستخدامها كفرص للتعلم.

التوصيات

توصي الدراسة بالآتي:

1. توجيه معلمي الرياضيات إلى توفير بيئة تعليمية- تعلمية تسمح بالأخطاء في الرياضيات، ورفع شعار "نحن نتعلم من الأخطاء الرياضية ولا نتعلمها".
2. دعوة معلم الرياضيات إلى بناء أنشطة رياضية صفية تتضمن حلولًا صحيحة وحلولًا خطأ، بحيث يقوم الطالب بنفسه باكتشاف الخطأ، وتفسيره، وتصحيحه.
3. تضمين أدلة المعلمين أنشطة قائمة على تحليل الأخطاء الرياضية من قبل القائمين على تصميم تلك الأدلة.
4. عقد دورات تدريبية وورش عملية لمعلمي الرياضيات حول توظيف مدخل التعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية.
5. توجيه مشرفي الرياضيات لتقييم معلمي الرياضيات في بيئات تعلم الرياضيات من خلال اهتمامهم بتحليل أخطاء الطلبة.
6. إجراء المزيد من الدراسات لتقصّي فاعلية التعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية في تحسين الفهم المفاهيمي، و المقدرة على التبرير في الرياضيات، بحيث تتناول موضوعات رياضية مختلفة.

References

Alzahrani, A. (2017). Metacognition and its role in mathematics learning: An exploration of the perceptions of a teacher and students in a secondary school. *International Electronic Journal* of *Mathematics Education*, 12(3), 521-537.

Barlow, A., Watson, L., Tessema, A., Lischka, A. & Strayer, J. (2018). Inspection worthy mistakes. *Teaching Children Mathematics*, 24(6), 384–391.

Ben-Hur, M. (2006). *Concept -rich mathematics instruction.* Association for Supervision and Curriculum Development ASCD, USA.

Borasi, Raffella. (1987). Exploring mathematics through the analysis of errors. *For the Learning of Mathematics*, 7(3), 2–8.

Brown, Ann. (1978). Knowing when, where and how to remember: A problem of metacognition. In: Glaser, R. (Ed). *Advances in Instructional Psychology*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. Retrieved 20June 2020 from: http://www.eric.ed.gov/PDFS/ED146562.pdf.

Chai, K. (2015). The principles and ways of classroom interaction, *International Conference on Arts, Design and Contemporary Education (ICADCE 2015)* , 844-847.

Costa, L. & Kallick, B.(2001) .*What are habits of mind ?* Retrieved on 23 December 2019 from: http//www.habits of mind.

Flavell, John. (1978). Metacognitive ddevelopment. In Scandura, J. & Brainerd, C. (Eds.), *Structural/process theories of complex human behavior*, 213–245. Alphenaan den Rijn: Sijthoff and Noordhoff.

Flavell, John. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *American Psychologist*, 34(10), 906–911.

Gartmeier, M., Bauer, J. Gruber, H. & Heid, H. (2008). Negative knowledge: Understanding professional learning and expertise. *Vocations and Learning*, *1*, 87 – 103.

Gregor, D.(2007). *Developing thinking-Developing leading: A guide to thinking skills in education*. Retrieved on 23 December 2019 from: https://docs.lib.purdue.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1674&context=ijpbl.

Henrich, A. (2017). *I am so glad you made that mistake*. American Mathematical Society (AMS). https://blogs.ams.org/matheducation/2017/05/01/i-am-so-glad-you-made-that-mistake/

Kramarski, B. & Zoldan, S. (2008).Using errors as springboards for enhancing mathematical reasoning with three metacognitive approaches. *The Journal of Educational Research*, 102(2), 137–151.

Krulik, S. & Rudnick, J. (1999). Innovative tasks to improve critical-and creative thinking-skills. In: Lee, V., Stiff, G., & Francis R. Curcio (Eds.). D*eveloping mathematical reasoning in grades K-12* (pp.138-145). Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

Lischka, N., Gerstenschlager, N., Stephens, C., Strayer, J. & Barlow, A. (2018). Making room for inspecting mistakes. *Mathematics Teacher*, 111(6), 432–439.

Livingston, Jennifer. (2003). Metacognition: An overview. *Eric ED*, 474273.

Mallue, Tyler. (2015). What is *error analysis, and how can it be used in a mathematics classroom*?. Retrieved in June 2020 from: https://press.utoledo.edu/index.php/learningtoteach/article/view/259.

Melis, Erica. (2004). Erroneous examples as a source of learning in mathematics. *Proceedings of the (IADIS) International Conference*, Lisbon, Portugal, 311–318.

Metcalfe, Janet. (2016). Learning from Errors. *Annu. Rev. Psychol, (ARP)*, 68(6), 1–25.

Monthienvichienchai, R. & Melis, E. (2006). Implementing courseware to support learning through real-world erroneous examples: students' perceptions of tertiary courseware and obstacles to implementing effective delivery through VLE. *The Electronic Journal of e-Learning*, 4(1), 49–58.

National Center for Excellence in Teaching Mathematics (NCETM). (2020). *Mathematics guidance: Key stages 1 and 2-Non-statutory guidance for the national curriculum in England*. England: NCETM.

Nesher, Pearla. (1987). Towards an instructional theory: The role of student's misconceptions. *For the Learning of Mathematics,* 7(3), 33–40.

Parviainen, Jaana. (2006). Negative knowledge, expertise and organizations. *Int. J. Management Concepts and Philosophy,* 2(2), 140–153.

Perry, J., Lundie, D. & Golder, G. (2019). Metacognition in schools: What does the literature suggest about the effectiveness of teaching metacognition in schools? *Journal of* Educational Review, 71(4), 483-500.

Priyani, H. & Ekawati, R. (2018). Error analysis of mathematical problems on TIMSS: A case of Indonesian secondary students. *The Consortium of Asia-Pacific Education Universities (CAPEU)*, 296, 1–6.

Rushton, S. (2018). Teaching and learning mathematics through error analysis. *Fields Mathematics Education Journal*, 3(4), 1–12.

Sanacore, Joseph. (1984). Metacognition and the improvement of reading: some important links. *Journal of Reading*, 27(8), 706–712.

Schraw, G. & Dennison, R. (1994). Assessing metacognitive awareness. *Contemporary Educational Psychology*, 19, 460–475.

Siswono, T. (2011). Level of student's creative thinking in classroom mathematics. *Educational Research and Review,* 6(7), 548-553.

Sriraman, B. (2004). The characteristics of mathematical creativity. *International Journal on Mathematics Education,* 41(1), 13-27.

Sternberg, R. (1999) The nature of mathematical reasoning. In: Stiff, L. (Ed*). Developing mathematical reasoning in grades K*-12. National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.

Veenman, M., Wilhelm, P. & Beishuizen, J. (2004). The relation between intellectual and metacognitive skills from a developmental perspective. *Learning and Instruction*, 14, 89–109.

Wang, M., Haertel, G. & Walberg, H. (1990). What influences learning? A content analysis of review literature. *The Journal of Educational Research*, 84, 30–43.

Wilen, W. & Phillips, J. (1995). Teaching critical thinking: A metacognitive approach. *Social Education*, 59(3), 135–138.

Willingham, J., Strayer, J., Barlow, A. & Lischka, A. (2018). Examining mistakes to shift student thinking. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 23(6), 324–332.

Yore, L., Craig, M. & Maguire, T. (1998). Index of science reading awareness: An interactive-constructive model, test verification and grades (4–8) results. *Journal of Research in Science Teaching*, 1(35), 27–51.