دراسة تحليلية لأخطاء حل المتباينات لدى طلبة تخصص الرياضيات في الجامعة الأردنية

ابراهيم الشرع وعدنان العابد *

تاريخ تسلم البحث 2009/7/15 تاريخ قبوله 2010/4/11

ملخص: هدفت هذه الدراسة إلى تشخيص الأخطاء في حل المتباينات لدى طلبة تخصص الرياضيات في الجامعة الأردنية، ولتحقيق أغراض هذه الدراسة، طوِّر اختبار طُبق على (188) طالبا وطالبة من المتخصصين في الرياضيات، وممن أنهوا دراسة مقرر التفاضل والتكامل (101). وأظهرت نتائج الدراسة شيوع بعض أصناف الأخطاء، مثل: عدم فهم الطلبة لبعض المفاهيم (الضعفين، ومفهوم الجذر التربيعي)، والخلط بين مفهومي المتباينة والمعادلة، والضرب التبادلي في حل المتباينات الكسرية، وعدم تغيير اتجاه المتباينة عند ضربها بعدد سالب. ووقوع بعض الطلبة في أخطاء حسابية، وأخطاء في بعض العمليات نتيجة عدم الانتباه. وقد تراوحت نسب أصناف الأخطاء بشكل عام بين (5.7%) في صنف الخطأ (عدم تغيير اتجاه المتباينة عند ضربها بعدد سالب)، و(22.5%) لأصناف الأخطاء المفاهيمية. وأوصت الدراسة بضرورة تركيز أعضاء هيئة التدريس في الجامعة على موضوع المتباينات لدى طلبة السنة الأولى، وإجراء امتحانات مستوى لهم، ووضع الخطط العلاجية المناسبة. (**الكلمات المفتاحية**: المتباينة، الأخطاء الشائعة، تربويات الرياضيات).

Errors Analysis of Solving Inequalities Among Mathematics Majors at the University of Jordan

Ibrahim A. El-Shara' and **Adnan S. Al-Abed,** *Faculty of Education, University of Jordan, Amman, Jordan.*

***Abstract**: This study aimed at diagnosing errors that occurred in solving inequalities among mathematics majors at the University of Jordan. For the purpose of this study, one test was developed and administered to 188 male and female students majoring in mathematics who had completed Calculus 101.The results of this study revealed some common errors, such as: misconceptions, confusing an inequality with an equation, using commutative multiplication in solving inequalities, and changing the direction of inequality when multiplying by a negative number. Some other calculation errors and careless errors were also recorded. The common errors ranged between 5.7% for changing the direction of inequality when multiplying by a negative number, and 22.5% for conceptual errors. The study recommended that faculty members emphasize the subject of inequalities for freshmen and to administer tests in order to categorize them and develop the appropriate treatment plans (**Keywords**: Inequality, Common Errors, Math Education).*

المقدمة والإطار النظري: يتعرض الطلبة لمواقف في حياتهم اليومية تتطلب منهم اتخاذ قرار أو إجراء مقارنات بين مقادير أو كميات مختلفة، وهذا يتطلب منهم معرفة بعلاقات الترتيب، والعمليات الحسابية الخاصة بها، وفهم رموزها، والمهارات المتعلقة بها.

أما العلاقة الرياضية التي تشمل أحد الرموز $>$، $<$، $\geq$، $\leq$، فتسمى متباينة (Salas. Inequality 1982, P:15؛ وزارة التربية والتعليم، 2008أ). وهي بدورها تحتل حيزاً مهماً في مفاهيم الرياضيات الأساسية،(Salas, 1982)؛ لارتباطها بقضايا ومفاهيم رياضية متنوعة، كما يمكن لها أن تشكِّل مدخلاً ذا أهمية خاصة للكثير من الموضوعات الرياضية كالمعادلات والاقترانات.

هذا وتعرَّف المتباينة بأنها: علاقة رياضية يمكن من خلالها ترتيب الأعداد أو الكميات، وهي تعد رافداً أساساً للمعرفة الرياضية (Anton, 1999; Silverman, 1985)، وحلها يعني إيجاد قيمة - أو قيم - المتغير (x) التي تجعل علاقة الترتيب صحيحة (Ralph, 1997; Salas, 1982; Anton, 1999).

وعليه فإن حل المتباينة $(9-2x>0)$ هو جميع قيم المتغير (x) التي تجعل المقدار $(9-2x)$ كمية موجبة.

وقد تتبدى أهمية المتباينات – لدى القيمين على مناهج الرياضيات- في تحليل الاقترانات وحساب التفاضل وتطبيقاته العملية كالتطبيقات على القيم القصوى، وهو ما أشار إليه كرول (Kroll, 1986) بأن إتقان الطالب لموضوع المتباينات يؤثر في تحسين أدائه في الرياضيات بعامة، ويساعد على النجاح فيها، وإن المعادلات والمتباينات جزءان يكمل كل منهما الآخر، ولا تكتمل معرفة الطالب في أحدهما إلاَّ بإتقان الجزء المكمل له.

ولعل دراسة الاقترانات وخصائصها وتطبيقاتها، وهي من الموضوعات ذات الأهمية في الرياضيات، يتطلب من الطالب – في الأصل- أن يكون على وعي بإيجاد مجموعة حل المتباينة بمختلف أنواعها: الخطية، وغير الخطية، والكسرية (Anton, 1999; Thomas & Finney,1996).

فعلى سبيل المثال، إذا كان الاقتران $(y=x^3+x^2)$ فإن تحديد فترات التزايد والتناقص للاقتران، يتطلب إيجاد مجموعة حل المتباينة $(3x^2+2x>0)$ لتحديد فترات التزايد، ولتحديد فترات التناقص يجب حل المتباينة $(3x^2+2x<0)$، ولإيجاد فترات التقعر للأعلى والأسفل للاقتران نفسه، نحتاج إلى إيجاد مجموعة حل المتباينة$(6x+2>0)$، والمتباينة $(6x+2<0)$ على الترتيب.

* كلية العلوم التربوية، الجامعة الأردنية، عمان، الأردن.

أما لتحديد مجال الاقتران ($y=\sqrt{x^2-4}$) فينبغي معه إيجاد مجموعة حل المتباينة $\left(x^2-4\geq 0\right)$. ولإيجاد فترات التناقص للاقتران ($y=lin(x+2)$)، على الطالب أن يجد مجموعة حل المتباينة ($\frac{1}{x+2}<0$).

وفي ضوء ذلك، فقد دعا المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000) في وثيقة المعايير، إلى ضرورة أن يمتلك الطالب في مرحلة الدراسة من الصف (9-12) القدرة على التعامل مع مواقف الرياضيات التي تعبّر عن المعادلات والمتباينات، ويكون قادرا على حلها.

وقد تتفاوت مستويات العمليات العقلية في حل المتباينة بين إجراء بعض العمليات الحسابية البسيطة إلى إجراء عمليات رياضية أكثر صعوبة، كما هو الحال في المتباينات الكسرية، والمتباينات غير الخطية، وتعتمد درجة صعوبتها هذه على نوع المتباينة ودرجتها، وكثيراً ما يتطلب حلها البحث في إشارة المقدار على خط الأعداد (وزارة التربية والتعليم،2007، 2008). وعليه، فلعل كثيراً من الطلبة – في مختلف مستوياتهم التعليمية- يعانون من صعوبات واضحة في حل المتباينات، التي قد تنجم عن خلطهم بين المعادلة والمتباينة، وأحياناً لا يميزون بينها في إجراءات الحل وطرائقه، أو قد لا يراعون خصائص بعض العمليات عند إجرائها على المتباينات؛ فبعضهم مثلاً قد يحل المتباينة بوصفها معادلة، ويغفل عن كونها متباينة، وقد لا يحسن بعض الطلبة التعامل مع المتباينة عند ضربها بعدد سالب، أو قد يستسهل البعض الآخر التعامل مع اتجاه معين فيتقبل $\left(b>a\right)$ أكثر من تقبله لـ $\left(a<b\right)$ للتعبير عن أن (a) أقل من (b) (Kroll, 1986, P:7)، إلا أن بروسو (Brousseau, 1997) يرى أن هذه الصعوبات وغيرها قد تعود إلى عوامل نفسية، وأخرى تتعلق بمعتقدات الطلبة أنفسهم. ويعزو بعض التربويين هذه الأخطاء إلى ضعف الطلبة في مبادئ المنطق والاستدلال الرياضي (حسين، 1984)، أو الخبرة السابقة التي اكتسبها الطلبة في مراحل الدراسة المختلفة (Radatz, 1980)، أو قد تكون ناتجة من أخطاء قام الطلبة أنفسهم بتشكيلها، أو تعميم ما ينفذونه في حل المعادلات وتطبيقه على المتباينات بشكل خطأ (Lochhead & Mestre, 1988)، مما يجعلها مرتبطة ببنيتهم المعرفية، فمثلا: عندما يجري الطلبة العملية الآتية: إذا كانت $\left(b=a\right)$، وكانت$\left(c=d\right)$ فإن $\left(a-c=b-d\right)$، وبناءً على ذلك، يعممونها في حل المتباينات بصورة خاطئة كالآتي: إذا كانت$\left(b>a\right)$ وكانت $\left(d>c\right)$ فإن $\left(a-c>b-d\right)$ (Kroll,1986, P: 9).

ويرجع بلاريا (1999) المشار إليه في بالانكو وجاروت (Balanco & Garrote, 2007) أخطاء الطلبة في حل المتباينات إلى أسباب أخرى منها:

- أخطاء ناتجة عن صعوبات متعلقة بالمادة نفسها، مثل غموض المعنى أو اللغة.
- انفعالات الطلبة واتجاهاتهم نحو الموضوع.
- أخطاء ناتجة عن العمليات والإجراءات أو المعالجات التي ينفذها الطالب.

وبناءً على ذلك، فإن أصناف الأخطاء الشائعة عند الطلبة، يمكن لنا ردها إلى ثلاثة مصادر: مصدر يتعلق بطبيعة المادة، وآخر يتعلق بالطالب نفسه، أما الثالث فيرتبط بالمعلم الذي يقع على كاهله مسؤولية تقليل أثر كل من المصدرين الآخرين الطالب والمادة الدراسية، وهذا ما أكدته تسامير وبازيني (Tsamir & Bazzinin, 2002) من أن مناحي التدريس التي يستخدمها المعلمون قد يكون لها الأثر في كم الأخطاء وطبيعتها لدى طلبتهم.

ولقد لوحظ في أثناء تدريس موضوع المتباينات في مساقي (مفاهيم أساسية في الرياضيات وأساليب تدريسها 1، 2 التي يدرسها الطلبة من تخصص معلم الصف متطلب إجباري، كما يدرسها الطلبة من تخصصات أخرى من كلية العلوم وكلية العلوم الإدارية والاقتصاد متطلباً اختيارياً) وقوع بعض الطلبة في بعض الأخطاء عند حل المتباينات باختلاف أنواعها: الخطية، والتربيعية، والكسرية؛ حيث لوحظ أن الطلبة يضربون طرفي المتباينة بعدد سالب دون تغيير اتجاهها، أو قد لا يعّد بعضهم المجموعة الخالية (ϕ) أن تكون هي مجموعة الحل، أو قد لا يستثني بعضهم أصفار المقام من مجموعة حل المتباينة الكسرية، وهذا بمجملة – في الواقع- ما أشارت إليه نتائج دراسة تسامير وبازيني (Tsamir & Bazzini, 2002). وهكذا، فإنه عند تدريس موضوع المتباينات – شأنه شأن موضوعات الرياضيات الأخرى – فإنه يجدر الأخذ بعين الاعتبار والأهمية الأخطاء التي يقع بها الطلبة عند حلهم المسائل المرتبطة بالمتباينات، وذلك من أجل تنمية مهاراتهم وتصويب أخطائهم.

وبعد مراجعة الأدب التربوي والدراسات ذات الصلة بالمتباينات (حسين، 1984؛ الريماوي، 1990؛ Tsamir & Bazzini, 2002; Ralph, 1997; Blanco & Garrote, 2007) بدا جليا أن بعض هذه الأخطاء مشتركة بين طلبة المدرسة وطلبة الجامعات، مما ولّدَ زعماً بأن هذه الأخطاء قد يستأثر بها كذلك طلبة تخصص الرياضيات، الأمر الذي دفع إلى التفكير في تحليل هذه الأخطاء وتصنيفها عند هذه الفئة من الطلبة، من أجل تصويبها وتحسين تعلمهم لها، حتى لا تنتقل إلى طلبتهم في المستقبل. هذا ويبدو جليا قلة الدراسات التي بحثت في تصنيف أخطاء الطلبة في حل المتباينات بشكل عام على الصعيدين العربي والمحلي، فتكاد تنعدم الدراسات – على الصعيد المحلي- التي تناولت المتباينات وتقصت ما يقع به الطلبة من أخطاء سواء على مستوى طلبة المدرسة أو طلبة الجامعة.

فقد أجرى بالانكو وجاروت (Balanco & Garrote, 2007) دراسة هدفت إلى تحليل صعوبات تعلم المتباينات لدى طلبة السنة الأولى. وأظهرت نتائج الدراسة أن الطلبة تعاملوا مع الأسئلة التي اهتمت بترجمة المسائل الكلامية على المتباينات بشكل صحيح، لكنهم واجهوا صعوبات في التعبير عن المتباينات المركبة بشكل صحيح مثل كتابة الطلبة التعبير(-11 > -2 > س) عن المتباينة (-11> س > -2). وأظهرت النتائج أيضاً، عدم قدرة الطلبة على التعامل مع الأقواس وقانون التوزيع بشكل صحيح، وأنهم لا يميزون بين المعادلة والمتباينة بصورة جيدة، وحلوا المتباينات باعتبارها معادلات.

أما يورين وماهر وسيتين (Ureyen, Mahir & Cetin, 2006) فأجروا دراستهم لمعرفة الأخطاء التي يرتكبها الطلبة المسجّلون في مساق

التفاضل والتكامل في إحدى الجامعات التركية عند حلهم المتباينات. أظهرت نتائج الدراسة أن الطلبة غير قادرين على حل المتباينات بنجاح، وأن كثيراً منهم ضرب طرفي المتباينة بمقدار معين "الضرب التبادلي" دون الاهتمام بإشارة المتغير، وأوصت الدراسة بتقديم التغذية الراجعة للطلبة لتمكينهم من معرفة أخطائهم والإفادة منها. وتوصلت دراسة تسامير وبازني (Tsamir & Bazzini, 2001) التي هدفت إلى معرفة الصعوبات التي يواجهها الطلبة الإيطاليون والإسرائيليون في حل المتباينات إلى تشابه الصعوبات التي يعاني منها الطلبة من كلا البلدين بالنسبة إلى إمكانية أن تكون $(x=3)$ حلاً لمتباينة معينة، وما إذا كانت $(x=0)$ حلاً للمتباينة $(4x^2 \geq 0)$، كذلك أظهرت النتائج أن كثيراً من الطلبة يعانون من صعوبة في حل المتباينة $(4x^2 \leq 0)$، وعدّ بعضهم أن حل المتباينة إما المجموعة الخالية ϕ أو $(x \leq 0)$.

كما أجرت تسامير وبازني (Tsamir & Bazzini, 2002) دراسة هدفت إلى تعميق فهم أداء الطلبة الإيطاليين والإسرائيليين في حل المتباينات حيث زعمت الدراسة أن الطلبة يحلون المتباينات قياساً على حلهم للمعادلات. وأظهرت النتائج أن الطلبة يعتمدون الحدس في حلهم المتباينة المرتبطة بمعادلة معينة، وقسمة طرفي المتباينة على مقدار سالب دون تغيير اتجاهها. كما أظهرت النتائج أن الطلبة يجدون الجذر التربيعي لطرفي المتباينة دون الاهتمام بخصائص القيمة المطلقة. ومن خلال مقابلات أجريت معهم أظهروا أنهم يحلون المتباينات بالكيفية نفسها التي يستخدمونها في حل المعادلات ولا يميزون بينهما.

في دراسة لاحقة أجرتها بازني وتسامير (Bazzini & Tsamir, 2004) هدفها معرفة الصعوبات التي يواجهها الطلبة في حل المعادلات والمتباينات، واقتراح الحلول لمعالجتها، كشفت نتائج الدراسة أن الطلبة يربطون بشكل غير ملائم بين المعادلات والمتباينات مما يؤثر في حلهم للمتباينات، وبينت نتائج الدراسة أن بعض مناحي التدريس المستخدمة تُعد سببا في توليد الأخطاء.

وكشفت دراسة اليونس (2004) التي هدفت إلى تشخيص أخطاء طلبة الصف العاشر في حل أنظمة المعادلات، وتعرّف نسب شيوعها، عن خمسة أصناف للأخطاء عند الطلبة؛ أخطاء مفاهيمية، وأخطاء متعلقة بالتعميمات، وأخرى متعلقة بالإجراءات، وضعف باللغة الرياضية، وعدم الانتباه. وتوصلت دراسة تسامير وريشيف (Tsamir & Reshef, 2006) التي هدفت إلى معرفة الطرائق المفضلة لطلبة الصف العاشر في حل المتباينات التربيعية وفق ثلاث استراتيجيات؛ الرسم، والمنطق، والبحث في الإشارة، إلى أن أغلب الطلبة قاموا بحل المتباينات باختلاف أنواعها بشكل صحيح، وأن استراتيجية الرسم كانت هي الشائعة، على الرغم من أن أغلبهم فضّل استخدام استراتيجيات سبق وأن درسوها مع معلميهم.

أما دراسة الريماوي (1990) التي أجرتها على طلبة الصف العاشر في الأردن؛ فقد بينت أن الطلبة يعانون من ضعف في موضوعات الجبر مثل التحليل إلى العوامل، وضعف في حل المتباينات الخطية في متغير واحد، وعدم تمكنهم من التعبير عن المسائل الكلامية بصورة رمزية (جبرية). وقد أشارت دراسة باريش ولودويج (Parish & Ludwig, 1994) إلى بعض أخطاء طلبة المرحلة الثانوية العامة وطلبة السنة الأولى في الجامعة في الجبر، منها عدم كتابة رمز المساواة عند حل المعادلات، وعدم قدرتهم على إيجاد الجذر التربيعي للمربع الكامل لحد أو مقدار جبري، وأنهم لا يدركون أن المتباينتين $(x<3)$، $(3>x)$ متكافئتان، ويواجهون بعض الصعوبات في توظيف اللغة في الرياضيات.

كذلك بينت دراسة موفشوفيتس وزاسلافسكي (Movshovitz & Zaslavsky, 1987) أن لدى طلبة المرحلة الثانوية أخطاء في الجبر، مثل: الاستخدام الخاطئ للبيانات، وعدم إجراء عملية تعويض قيمة المتغير بمكانه الصحيح. وأن الطلبة لا يحسنون ترجمة المسائل الكلامية إلى صورة رياضية رمزية. وأنهم يطبقون بعض القواعد أو النظريات خارج سياقها. ويخلطون بين المفاهيم ولا يطبقونها بصورة صحيحة، ويجرون بعض العمليات الحسابية أو المعالجات بشكل خاطئ.

وأجرت كرول (Kroll, 1986) تحليلاً فوقيا لمعرفة الصعوبات المتعلقة بحل المتباينات ومعتقدات الطلبة حول موضوع المتباينات. وأظهرت نتائج الدراسة أن 50% من أخطاء الطلبة في موضوع المتباينات تعزى إلى الخلط بين المعادلات والمتباينات، كذلك أظهرت النتائج أن بعض معتقدات الطلبة المتعلقة بمجموعة الحل الخالية تؤثر في حلهم للمتباينات، وأن الأنشطة فوق المعرفية تؤثر بشكل إيجابي في نجاحهم في حل المتباينات.

وكشفت دراسة الطيطي (1989) عن وجود أصناف من الأخطاء لدى طلبة الصف التاسع في حل المعادلات الرياضية، وتراوحت أصناف تلك الأخطاء بين ضعف الطلبة في المفاهيم والمهارات الأساسية، والتحليل إلى العوامل، وتطبيق قانون التوزيع - فك الأقواس-، وأخطاء مردها إلى اعتماد التخمين في الحل دون توضيح الخطوات. ووجد أن لدى بعض الطلبة أخطاء لا تتبع صنفاً معيناً، وبعضهم يكتب جزءاً من الحل.

أما دراسة حسين (1984) فقد هدفت إلى معرفة أنماط الأخطاء التي تشيع عند طلاب السنة الثالثة بكلية التربية عند إجرائهم بعض العمليات المتعلقة بالمتباينات وأثر استخدام الطريقة البيانية في تمثيل المتباينات على خط الأعداد في معالجة هذه الأخطاء. أشارت نتائج الدراسة إلى مجموعة من أصناف الأخطاء الشائعة مثل: أخطاء عند إيجاد الجذر التربيعي للمتباينة، وأخرى عند تربيع المتباينة، وأخطاء في إيجاد حاصل ضرب متباينتين. ومن خلال استراتيجية التمثيل البياني، تمت معالجة الأخطاء المتعلقة بإيجاد الجذر، وتربيع المتباينة.

باستعراض الدراسات السابقة، يتضح أن الدراسات المتعلقة بالمتباينات أجريت بمجملها في بيئات غربية، وندرت وجود دراسات عربية بهذا المجال؛ لذا جاءت هذه الدراسة لتجسير هذه الفجوة ما أمكن في البيئة العربية، ولتتعرض لطلبة تخصص الرياضيات في الجامعة، ولتتناول أخطاءهم في المتباينات، وهو الموضوع الذي يشكل أهمية في مفاهيم الرياضيات وتطبيقاتها، وتحاول تقصّيها وتحليل الأخطاء التي يقع بها هؤلاء الطلبة وهم المعنيون بالتدريس لاحقا، والذين يقع على كاهلهم تدريس موضوع المتباينات لطلبة هذه الصفوف. واختلفت هذه الدراسة عن الدراسات السابقة من حيث تناولها لطلبة تخصص الرياضيات فئةً مستهدفة على وجه الخصوص، ولعل هذا ما يميزها عن دراسات أخرى اقتصر تناولها على الطلبة من تخصصات مختلفة ممن يدرسون مساقات في الرياضيات (حسين، 1984؛ Ureyen, et al., 2006).

مشكلة الدراسة وأسئلتها:

بعد مراجعة الأدب التربوي والدراسات ذات الصلة بموضوع المتباينات (حسين، 1984؛ الريماوي، 1990؛ Blanco & Garrote, 2007; Ralph, 1997; Tsamir & Bazzini, 2002). والمناقشات التي أجريت مع الطلبة في أثناء تدريس مادة مفاهيم أساسية في الرياضيات وأساليب تدريسها لطلبة كلية العلوم التربوية، إضافة إلى مناقشات أجريت - في مساق أساليب تدريس الرياضيات - مع الطلبة المعلمين الملتحقين ببرنامج دبلوم التربية في الجامعة الأردنية، ممن يدرّسون موضوع المتباينات لطلبة المدرسة. فقد بدا واضحا وجود أصناف متشابهة من الأخطاء في حل المتباينات عند المعلمين والطلبة، وهذه الأخطاء قد لا تقتصر على طلبة كلية العلوم التربوية فحسب، بل ربما توجد أصناف من هذه الأخطاء لدى طلبة تخصص الرياضيات، وهذا ما يؤكد أهمية تحليل أصناف الأخطاء والعمل على تصويبها عن طريق تقديم التغذية الراجعة لأعضاء الهيئة التدريسية، الأمر الذي دفع الباحثين للسعي إلى تحليل الأخطاء الشائعة وتصنيفها لدى طلبة تخصص الرياضيات ممن أنهوا دراسة مادة التفاضل والتكامل (101) في الجامعة الأردنية في الفصل الأول من العام الدراسي 2009/2008.

ولتحديد مشكلة الدراسة، فأنها حاولت الإجابة عن السؤالين الآتيين:

1- ما أصناف الأخطاء الشائعة التي يقع بها طلبة تخصص الرياضيات في الجامعة الأردنية في حل المتباينات؟ وما نسب شيوعها؟
2- ما نسبة شيوع كل صنف من هذه الأخطاء لدى الطلبة في حل المتباينات وذلك على مستوى كل فقرة من فقرات الاختبار؟

أهمية الدراسة:

تنبع أهمية الدراسة الحالية من أهمية الدور الذي تؤديه المتباينات في تنمية التفكير الرياضي الذي يساعد على اتخاذ القرارات (Tsamir & Bazzini, 2002)، ومن محاولتها تحليل الأخطاء الشائعة التي يقع فيها الطلبة عند حل المتباينات وتصنيفها، خاصة أن هؤلاء الطلبة هم من سيوكل إليهم تدريس هذا الموضوع لطلبة المدارس. حيث يُبدأ بتدريس موضوع المتباينات لطلبة الصفوف الأولى عبر الجمل المفتوحة، وعلاقات الترتيب، والترتيب التصاعدي والتنازلي. وتُدرّس المتباينات بشكل أساسي وضمن وحدة بنود مستقلة خاصة بالموضوع في صورتها الجبرية لطلبة الصفين الثامن الأساسي، والأول الثانوي بجميع فروعه على أيدي معلمين متخصصين في الرياضيات، وهؤلاء المعلمون هم في الأصل ممن يتخصصون في أقسام الرياضيات في الجامعات. وبالتالي فإنه من المهم تعرّف أصناف الأخطاء الشائعة المحتملة في حل المتباينات لدى طلبة تخصص الرياضيات، لأنهم معنيون بتدريس طلبة هذه الصفوف والعمل على تلافيها، حتى لا تُنقل عن طريقهم إلى طلبتهم.

محددات الدراسة:

يتحدد تعميم نتائج الدراسة بما يلي:

- طبيعة الاختبار المعد لأغراض هذه الدراسة وخصائصه السيكومترية.
- حجم العينة، وطبيعة اختيارها (عينة قصدية)؛ حيث تم اختيار الشعب التي تكون محاضراتها من الساعة (9-10) صباحا، أو من الساعة (1-2) ظهرا، من أجل تنفيذ الاختبار تحت إشراف الباحثين.
- اقتصار العينة على طلبة تخصص الرياضيات في الفصل الأول 2009/2008 في الجامعة الأردنية الذين أنهوا دراسة مادة التفاضل والتكامل(101).

التعريفات الإجرائية:

- **طلبة تخصص الرياضيات:** الطلبة المتخصصون في الرياضيات الذين أنهوا دراسة مادة التفاضل والتكامل (101) في الفصل الأول من العام الجامعي 2008 /2009.
- **المتباينة الرياضية:** تعبير جبري، أو لغوي، يضم أحد الرموز ($>$، $<$، $\geq$، $\leq$) على الأقل، أو ما يدل عليها، ولا يمكن الحكم على صحتها إلاّ بتعويض قيمة المتغير.
- **حل المتباينة:** إيجاد قيمة (أو قيم) المتغير(x) التي تجعل جملة المتباينة صحيحة.
- **الخطأ الرياضي في حل المتباينات:** هو الإجراء الذي ينفذه الطالب في حل المتباينة ويخالف الأسس العلمية السليمة لإجراءات حلها، سواء تعلق ذلك الإجراء بالمفهوم أم التعميم، أم المهارة، أو ما كان نتيجة الإهمال أو السرعة وعدم الانتباه.
- **الخطأ الشائع في الحل:** تشير بعض الدراسات إلى أن الخطأ الشائع هو الخطأ الذي يتكرر ظهوره في إجابات الطلبة. ويرى بعض الباحثين أن الخطأ الشائع هو الخطأ الذي تبلغ نسبة شيوعه (10-20)% (خليفة، 1983،ص:155). وحدد آخرون نسبة الشيوع عند الطلبة بـ (10%) (خليفة، 1983،ص: 156). وفي الدراسة الحالية اعتبر صنف الخطأ الشائع – ضمن الفقرة - هو الخطأ الذي يظهر في إجابات الطلبة بنسبة تزيد على (10%) من الطلبة الذين حاولوا الإجابة عن الفقرة؛ إذ إن هؤلاء الطلبة متخصصون في الرياضيات، وقد تعرضوا لخبرات كافية في هذا الموضوع في مرحلة الدراسة المدرسية، ومن المفترض أن تكون هذه المفاهيم أساسية وسهلة بالنسبة لهم، وهم المعنيون بتحليل هذه الأخطاء عند طلبتهم في المستقبل، وبالتالي يفترض فيهم إتقان المفاهيم المرتبطة بالمتباينات.

أفراد الدراسة:

تكوّن مجتمع الدراسة من (287) من طلبة تخصص الرياضيات المسجلين في الفصل الأول في الجامعة الأردنية من العام الجامعي 2009/2008، وممن أنهوا دراسة مادة التفاضل والتكامل (101). حيث اختيرت عينة قصدية بحسب وقت المحاضرة؛ إذ اختيرت شعب الرياضيات التي تقع وقت محاضرتها ضمن الفترة (9 – 10) صباحا أو ضمن الفترة (1-2) ظهرا بصرف النظر عن مستوى المادة التي يدرسها الطلبة – فالمتباينات تقع ضمن الفصل الأول من مادة التفاضل والتكامل (101)- ليتم تطبيق الاختبار تحت إشراف الباحثين أنفسهم. كما هو موضح في محددات الدراسة، وبلغ عدد أفراد عينة الدراسة (188) طالباً وطالبة.

أداة الدراسة:

تمثلت أداة الدراسة باختبار المتباينات الذي تم بناؤه في ضوء البعدين الآتيين:

أولاً: الأخطاء المتوقع ظهورها في إجابات الطلبة

وقد تم الكشف عن هذه الأصناف من الأخطاء بمراجعة الدراسات ذات العلاقة، ومنها:

- $2x^2 = x \Rightarrow 2x = 1$ (Dawkins, 2006) القسمة على المتغير
- $x^2 + 4 = (x+2)(x+2)$ (اليونس، 2004) تحليل عبارة اولية
- $x + 3x + 4x = 7x$ (اليونس، 2004) جمع الحدود بطريقة خطأ
- $3x + 5 = 7 = 7 - 5 = \dfrac{2}{3}$ (Scofield, 2003) عدم فهم مفهوم المساواة
- $|x+1| > |x-3| \Rightarrow x+1 > x-3$ (Ureyen,et al., 2006) عدم فهم مفهوم القيمة المطلقة
- $\dfrac{7-5x}{x-1} \le 0 \Rightarrow (7-5x) \le 0$ (Ureyen,et al., 2006) حذف المتغير من المقام بشكل خطأ
- $49x^2 \le 64 \Rightarrow 7x \le 8$ (Ureyen,et al., 2006) إغفال مفهوم القيمة المطلقة

كما رصدت مجموعة من الأخطاء كانت قد ظهرت في إجابات أفراد العينة الاستطلاعية، ومنها:

- $\sqrt{x^2} = x$ عدم مراعاة مفهوم القيمة المطلقة
- $-2x^2 + 5x + 3 < 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x - 3 < 0$ عدم تغيير اتجاه المتباينة
- $\dfrac{x-1}{x} > 2 \Rightarrow x - 1 > 2x$ حذف المتغير من المقام بشكل خطأ

ثانيا: أهداف تدريس المتباينات في مرحلتي التعليم الأساسي والثانوي.

اختيرت ستة أهداف من بين أهداف تدريس المتباينات الواردة في كتب الرياضيات للمرحلتين الأساسية والثانوية، وهي:

- حل المتباينة الخطية (الصفين الثامن الأساسي والأول الثانوي).
- حل المتباينة التربيعية (المرحلة الثانوية).
- حل المتباينة الكسرية من حدين (المرحلة الثانوية).
- حل المتباينة التربيعية لحدين كل منهما يمثل مربعا كاملا (المرحلة الثانوية).
- حل المتباينة الكسرية لأكثر من حدين (المرحلة الثانوية).
- ترجمة المتباينة اللفظية إلى صورة رمزية (الصفين الثامن الأساسي والأول الثانوي).

وقد اختيرت هذه الأهداف لأسباب عدة منها: أن هذه الأهداف من أهداف المرحلتين الأساسية والثانوية في تدريس المتباينات، ومناسبتها لعينة الدراسة - الطلبة الجامعيين المتخصصين في الرياضيات؛ حيث أنه لم يفرد لموضوع المتباينات فصل مستقل في مقرر التفاضل والتكامل (101) وإنما عرضت مجموعة من التمارين على أساس المراجعة لهذا الموضوع - ولأهميتها في دراسة موضوعات جديدة تعتمد عليها لاحقاً مثل: التفاضل وتطبيقاته، وخصائص الاقترانات، ومجال الاقتران، والبحث في إشارة التكامل (وزارة التربية والتعليم، 2008ب)، وغيرها. وقد تم اختيار هدفين لكل من المتباينات التربيعية، والمتباينات الكسرية، ووضع لكل هدف منهما فقرة واحدة؛ لأن طبيعة الفقرات في المتباينات التربيعية والكسرية قد تؤثر في ظهور أخطاء جديدة لا تكشفها الفقرة الأخرى.

صيغت فقرات الاختبار؛ بحيث وُضعت فقرة واحدة لكل هدف من الأهداف المذكور سابقاً. وبناء عليه، فقد تكوّن الاختبار بمجموعه من ست فقرات مقالية:

- فقرة على المتباينات الخطية.
- فقرتين على المتباينات التربيعية.
- فقرتين على المتباينات الكسرية.
- فقرة واحدة لترجمة المتباينة الكلامية.

صدق الاختبار:

وللتأكد من صدق الاختبار، تمّ عرضه على مجموعة من المحكّمين؛ اثنين من حملة الدكتوراه، متخصصين في أساليب تدريس الرياضيات، وعضو هيئة تدريس يدرس مادة حساب التفاضل والتكامل (101). كما عرض الاختبار على مشرفين اثنين من وزارة التربية وممن يشرفون على مادة الرياضيات، وعلى ثلاثة معلمين متميزين ممن يدرسون موضوع المتباينات لطلبة الأول الثانوي أو الثامن؛ حيث أُفرد لموضوع المتباينات فصل مستقل في هذه الصفوف، وقد أعطي كل منهم مفردات الاختبار والأهداف التي يقيسها وقائمة بالأخطاء التي تم حصرها. وطلب إليهم إبداء الرأي في مناسبة الفقرات للفئة المستهدفة – طلبة تخصص الرياضيات - ومستواها، ومناسبتها لقياس الأهداف التي تمّ اختيارها. وبعد مراجعة آراء المحكمين ومقترحاتهم تم تعديل الفقرة الأولى (المتباينة الكسرية)، وتغيير صياغة الفقرة الثالثة (الفقرة الكلامية). ولما كان صدق الاختبار محكوماً بتحقيق غرض الكشف عن أصناف الأخطاء، فإن إجراءات تطبيق الاختبار وتعليماته التي تقتضي أن يبين الطالب الحل بتفصيلاته اللازمة للكشف عن مواطن الخطأ، وبما أن أي صنف من الأخطاء الممكنة في أي صورة من صور المتباينات قابلة للحصر ابتداءً، وبالتالي فإن الاختبار بهذه الصورة يحقق معيار الصدق.

ثبات الأداة:

للتحقق من ثبات الأداة تم تحديد عدد المرات التي وقع فيها الطالب بخطأ من صنف معين في التطبيقين الأول والإعادة. ثم حسب معامل ارتباط بيرسون بين عدد الأخطاء لأفراد العينة الاستطلاعية البالغ عددها (25) طالبا وطالبة ممن أنهوا دراسة مادة التفاضل والتكامل (101)، ومن خارج أفراد الدراسة في مرتي التطبيق وقد بلغ معامل الارتباط بشكل عام 0.91، كما تراوحت معاملات الارتباط لأصناف الأخطاء بين 0.90 و0.94 (عوده، 1993؛ Gronlund,1995)

إجراءات الدراسة:

مرت هذه الدراسة بالإجراءات الآتية:

- مراجعة المقررات المدرسية لتحديد الصفوف التي يدرّس فيها موضوع المتباينات بصورة مستقلة ومحددة، وهي: كتاب الرياضيات للصف الثامن، وكتب الرياضيات للمرحلة الثانوية: المستويان الأول والثاني، ومقرر مادة التفاضل والتكامل (101) التي يدرسها الطلبة في الجامعة الأردنية من كتاب Calculus with analytic geometry (Anton, 1999).
- تحديد أهداف تعليم المتباينات الواردة في الصفين الثامن، والأول الثانوي (جميع الفروع) المقرر تدريسها للطلبة في مدارس وزارة التربية والتعليم (وزارة التربية والتعليم، 2007أ؛ 2008أ).
- اختيرت الشعب التي وقت محاضراتها يقع بين (9-10) صباحا أو بين (1-2) ظهرا حسب جدول التسجيل.
- طُبق الاختبار على أفراد الدراسة في محاضرة تراوحت مدتها من (50 - 55) دقيقة.
- حُددت الإجابة النموذجية قبل البدء بعملية التصحيح.
- صُححت مجموعة عشوائية من أوراق الإجابة، ورصدت من خلالها بعض الأخطاء وأضيفت إلى القائمة الأولية التي رصدت سابقا من خلال إجابات طلبة العينة الاستطلاعية لكل فقرة.
- رُقمت أوراق إجابات الطلبة، ثم صُورت لتصحح من قبل الباحثين كل على انفراد، بحيث يتم تثبيت الخطأ على ورقة إجابة الطالب بعد رصد تكراره، لتسهيل عملية الرجوع إلى الورقة.
- رُصدت الأخطاء التي وردت في إجابات الطلبة، وقد روعي في أثناء عملية التصحيح إضافة أي خطأ جديد لم يظهر في القائمة الأولية إلى قائمة أخطاء الفقرة، ومتابعة تصحيح الفقرة نفسها حتى نهايته.
- حُسبت التكرارات والنسب المئوية لتكرار الأخطاء في حل الطالب عن كل فقرة، واعتبر الخطأ الذي زادت نسبة شيوعه عن (10%) ضمن الفقرة الواحدة خطأً شائعاً.

تصحيح الاختبار:

للإجابة عن أسئلة الدراسة بهدف الكشف عن أصناف الأخطاء عند الطلبة في حل المتباينات، اعتمد معيار التصحيح بحسب الإجابة النموذجية، بما فيها من إجراءات حسابية صحيحة بحيث حددت الإجابة النموذجية – الحلول المختلفة – لجميع الفقرات، ثم صُححت الإجابات كما ورد في الإجراءات، وقد روعي أثناء عملية التصحيح الآتي:

1- تم رصد صنف الخطأ الذي يظهر في حل الطالب وتكراره، على نموذج التصحيح - وعلى ورقة الإجابة نفسها ليتسنى للباحثين مراجعة الورقة مرة أخرى- وإضافة الخطأ الجديد إن لم يظهر سابقاً، ويستمر المصحح بتصحيح الورقة نفسها حتى نهاية إجابة الطالب عن الفقرة.

2- عند وقوع الطالب في أخطاء في الإشارات أو عمليات حسابية تبدو من الإهمال أو السرعة أو عدم التركيز بحيث يقع الطالب في الخطأ وفي خطوة لاحقة من الفقرة نفسها لا يكرر هذا الخطأ، روعي الآتي: اعتبر الخطأ من الصنف ($2x+3=0 \Rightarrow 2x=-3 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$) أو ($5 \times 2 = 7$ أو $7 \div 5 = \frac{5}{7}$) من صنف أخطاء "الإهمال" أو "عدم الانتباه". في حين اعتبرت الأخطاء من هذا الصنف: ($2(\frac{x}{2}+3)=4 \Rightarrow x+3=4$) أو ($\frac{2}{x-1} \geq 5 \Rightarrow \frac{5x-5}{x-1} \geq 0$)، أو إجراء المعالجة على النحو ($x=\frac{-3}{-2}$ أو $2x+3=0 \Rightarrow x=\frac{2}{3}$) من صنف أخطاء "المعالجات الحسابية".

3- بعد الانتهاء من عملية التصحيح لجميع الطلبة عن الفقرة نفسها جرى تفريغ الأخطاء التي رصدت عند كل من الباحثين معاً على نموذج واحد لكل فقرة.

4- في حالة وجود اختلاف في صنف الخطأ يتم مناقشته بعد قيام الباحثين بتصحيح الفقرة الواحدة للاتفاق على تحديد الصنف، ثم يقوم الباحثان بمراجعة صنف الخطأ في أوراق الإجابة مرة أخرى للاتفاق على الصنف أو التكرار.

5- حسبت تكرارات الخطأ والنسبة المئوية له لتحديد صنف الخطأ الشائع منها بحسب معيار الحكم على صنف الخطأ، وصنفت الأخطاء الشائعة لكل فقرة في قائمة خاصة بالفقرة نفسها.

6- اعتبر صنف الخطأ الشائع موجودا عند الطلبة إذا زادت نسبة شيوعه عن (10%) - ضمن الفقرة الواحدة - من الذين حاولوا الإجابة عنها (عدد الذين وقعوا بالخطأ مقسوما على عدد الذين حاولوا الإجابة عنها).

نتائج الدراسة ومناقشتها:

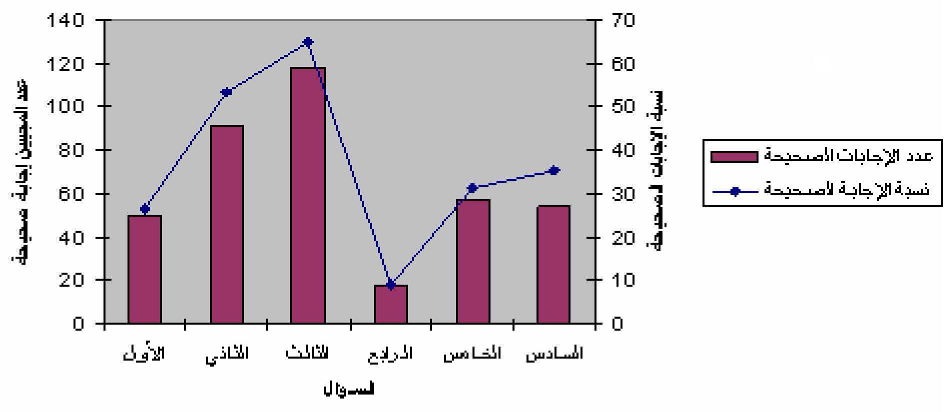
في معرض الإجابة عن سؤاليّ الدراسة، تم إيجاد نسبة الذين أجابوا بشكل صحيح عن كل فقرة إلى جميع الذين حاولوا الإجابة عنها. والجدول (1) يوضح عدد المجيبين عن الفقرة إجابة صحيحة ونسبهم المئوية.

الجدول (1): عدد المجيبين عن الفقرة إجابة صحيحة ممن حاول الإجابة عنها ونسبهم المئوية

رقم الفقرة	1	2	3	4	5	6
عدد الذين لم يحاولوا الإجابة عن الفقرة *	0	16	6	2	3	35
عدد المجيبين إجابة صحيحة	50	92	118	17	58	54
نسبة الإجابة الصحيحة من الذين حاولوا الإجابة	%26.6	%53.5	%64.8	%9.1	%31.4	%35.3

* عدد أفراد العينة (188) طالبا وطالبة.

يتضح من الجدول (1) أن أعلى نسبة للإجابات الصحيحة كانت عن الفقرة الثالثة؛ حيث بلغت 64.8% (أي أن 35.2% من الطلبة لم يجيبوا عنها بصورة صحيحة)، وهي نسبة لا تدل على إتقان الطلبة لبعض المفاهيم المتضمنة في الفقرة، علما بأن الفقرة تقيس قدرة الطلبة على ترجمة الفقرة الكلامية إلى صورة جبرية (بالرموز)، وهذه المقدرة تَعدَ من المهارات الأساسية في الرياضيات، ويمر بها الطلبة منذ الصفوف الأولى، وتُعد من أسس حل مسألة الرياضيات. وقد جاءت أقل نسبة للإجابات الصحيحة عن الفقرة الرابعة؛ إذ بلغت النسبة 9.1% (أي أن 90.9% من الطلبة لم يجيبوا عن الفقرة بصورة صحيحة)، وهذه النسبة تُعد مَتدنية جداً، حيث أن هذه الفقرة تقيس مفاهيم ومهارات حل المتباينات الكسرية، يحتاجها الطلبة في موضوعات متعددة في الرياضيات مثل: تحليل الاقترانات ودراسة خصائصها، والتفاضل وتطبيقاته، والبحث في إشارة التكامل، وغيرها. ولما كانت نسبة الإجابات الصحيحة تقع بين النسبتين (9.1%) و(64.8%)، فإن ذلك يبدو مؤشراً على عدم امتلاك الطلبة بشكل عام للمفاهيم والمهارات المرتبطة بموضوع المتباينات. ويوضح الشكل (1) نسب الإجابات الصحيحة وتكراراتها لدى الطلبة عن فقرات الاختبار.



الشكل (1): نسب الإجابات الصحيحة لدى الطلبة عن فقرات الاختبار

وللإجابة عن سؤال الدراسة الأول الذي نصه:" **ما أصناف الأخطاء الشائعة التي يقع فيها طلبة تخصص الرياضيات بالجامعة الأردنية في حل المتباينات؟**" حُسِبت التكرارات والنسب المئوية لعدد مرات ظهور الخطأ في حلول الطلبة؛ حيث تم رصد تكرار صنف الخطأ عند ظهوره، ومتابعة تصحيح إجابة الطالب على الفقرة نفسها لرصد الأخطاء الأخرى، وكذلك رصد الخطأ نفسه بعدد مرات ظهوره عند الطالب نفسه أو غيره، ثم اختيرت أصناف الأخطاء التي زادت نسبة شيوع الخطأ فيها على (10%) بحسب المعيار الذي تم الاعتماد علية لتصنيف الأخطاء. وبناء عليه يمكن تصنيف الأخطاء الشائعة لدى الطلبة في حل المتباينات على النحو الآتي:

1- إجراء عملية الضرب التبادلي في حل المتباينات الكسرية، أو ضرب طرفي المتباينة بمقدار معين لحذف المقام (عدم فهم مفهوم المتباينة).

2- تحويل المتباينة إلى معادلة، والاكتفاء بإيجاد قيم المتغير كما في حل المعادلة واعتباره حلا للمتباينة (الخلط بين مفهومي المتباينة والمعادلة).

3- عدم فهم كيفية حل المتباينات غير الخطية (التربيعية أو الكسرية)، وقد ظهر ذلك من خلال عدم البحث في إشارة المتباينة على خط الأعداد، وعدم استخدام أية استراتيجية صحيحة أخرى لحلها.

4- عدم تغيير اتجاه المتباينة (< إلى > أو العكس) بصورة صحيحة، وظهر ذلك من خلال ضرب المتباينة بعدد سالب، أو عند قلب حدي المتباينة (تغيير البسط مكان المقام في كل حد كما في $\frac{2}{x-1} \ge 5$ وتحويلها إلى $\frac{x-1}{2} \ge \frac{1}{5}$)، وعدم مراعاة إشارة المتغير (x) لتغيير اتجاه المتباينة بصورة صحيحة (الفقرة الأولى).

5- أخطاء مفاهيمية، مثل: عدم التمييز بين المربع والضعفين أو مربع العدد وأربعة أمثاله. وعدم معرفة أن $\sqrt{x^2}=|x|$ وكتابتها $\sqrt{x^2}=x$، وإدخال أصفار المقام ضمن مجموعة حل المتباينة (الفقرة الخامسة).

6- أخطاء ناتجة عن عدم الانتباه، مثل: (فك الأقواس: $5(x-1)=5x-1$)، و(إيجاد جذور المعادلة الخطية مثل: $-2x+1=0 \Rightarrow x\frac{-1}{2}$) (الفقرة الأولى).

7- أخطاء متعلقة بالمهارات الحسابية، مثل: تحليل العبارة التربيعية (نقل الثابت للطرف الآخر ثم إخراج عامل مشترك؛ كما في تحليل المعادلة $(-2x^2+5x+3=0)$ على النحو $(x(-2x+5)=-3)$ (الفقرة الثانية). وعدم توحيد المقامات بشكل صحيح، وأخطاء في كتابة مجموعة الحل من حيث: كتابة الحد الأكبر في بداية الفترة، أو غلق الطرف المفتوح.

ويوضح الجدول (2) أصناف الأخطاء، ونسبة شيوعها بحسب نوع المتباينة، ونسبة شيوع صنف الخطأ في نوع المتباينة ضمن الصنف نفسه.

الجدول (2) تكرارات أصناف الأخطاء ونسبة شيوعها بحسب نوع المتباينة، ونسبة شيوع صنف الخطأ في نوع المتباينة ضمن الصنف نفسه *

نوع المتباينة ورقمها صنف الخطأ	كلامية (3)	خطية (6)	تربيعية (2،5)	كسرية (1،4)	مجموع تكرارات صنف الخطأ ونسبته
الضرب التبادلي أو ضرب طرفي المتباينة بمقدار ما	0	0	0	307 (%100) (%46.7)	307 (%21.8)
الخلط بين مفهومي المتباينة والمعادلة	0	0	29 (%22.8) (%7.8)	98 (%77.2) (%14.9)	127 (%9.0)
عدم بحث إشارة المتباينة على خط الأعداد	0	0	93 (%44.9) (%24.9)	114 (%55.1) (%17.3)	207 (%14.7)
الضرب بعدد سالب دون عكس إشارة المتباينة	0	0	80 (%100) (%21.4)	0	80 (%5.7)
أخطاء مفاهيمية مختلفة: الضعفان، المربع، الأمثال: القيمة المطلقة، التعامل مع المتباينة المركبة.	113 (%35.6) (%100)	98 (%30.1) (%36.5)	76 (%24.0) (%20.3)	30 (%9.5) (%4.6)	317 (%22.5)
أخطاء ناتجة عن الإهمال،مثل: فك الأقواس، وإيجاد جذور المعادلة الخطية.	0	25 (%25.8) (%9.4)	28 (%28.9) (%7.5)	44 (%45.4) (%6.9)	97 (%6.9)
أخطاء في العمليات: التحليل، وتطبيق قانون الاختزال.	0	143 (%51.8) (%53.8)	68 (%24.6) (%18.2)	65 (%23.6) (%9.9)	276 (%19.6)
مجموع تكرارات الخطأ لنوع المتباينة	113	266	374	658	1411 (%100)

* في الخلايا المحددة داخل الإطار:

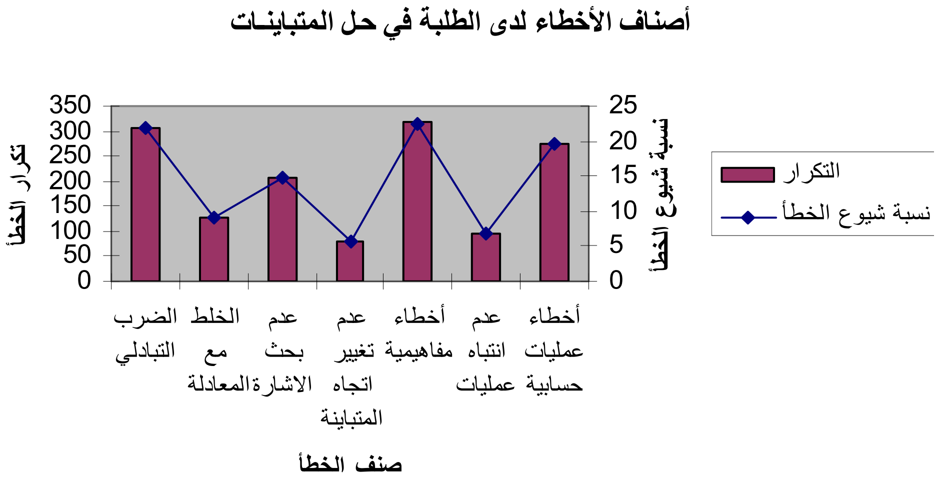
- العدد الصحيح يشير إلى تكرار ظهور صنف الخطأ في كل نوع من أنواع المتباينات.
- النسبة المئوية الأولى تعني (تكرار صنف الخطأ ÷ مجموع تكرار الصنف)= نسبة شيوع صنف الخطأ لكل متباينة حسب الصنف.
- النسبة المئوية الثانية تعني (تكرار صنف الخطأ ÷ مجموع تكرارات الخطأ لنوع المتباينة)= نسبة شيوع صنف الخطأ حسب نوع متباينة.

يتضح من الجدول (2) أن أقل نسبة شيوع في أصناف الأخطاء ضمن نوع المتباينات الخطية كانت من صنف الأخطاء الناتجة من عدم الانتباه "الإهمال"، حيث بلغت النسبة (9.4%)، في حين كانت أعلى نسبة شيوع من صنف الأخطاء في العمليات (53.8%). وكانت أقل نسبة شيوع في أصناف الأخطاء في نوع المتباينات التربيعية من صنف خطأ " الخلط بين مفهومي المتباينة والمعادلة"؛ حيث بلغت النسبة (7.5%). وبلغت أعلى نسبة شيوع في صنف الخطأ " عدم تغيير اتجاه المتباينة عند ضربها بعدد سالب"، فقد بلغت نسبة شيوعه (24.9%). أما بالنسبة إلى المتباينات الكسرية فكانت أقل نسبة شيوع في صنف الأخطاء المفاهمية (4.6%)، في حين كانت أعلى نسبة شيوع في صنف خطأ " الضرب التبادلي (أي ضرب الطرفين بمقدار)"؛ إذ بلغت النسبة (46.7%).

وعند مقارنة نسب شيوع أصناف الأخطاء ضمن صنف الخطأ نجد أن الضرب التبادلي في المتباينات الكسرية، وعدم تغيير اتجاه المتباينة عند ضربها بعدد سالب في المتباينات التربيعية شكلت أعلى النسب، وكانت متساوية فيهما (100%)، تلاه نسبة شيوع الخلط بين المتباينة والمعادلة ضمن المتباينات الكسرية بنسبة (77.2%)، وجاءت أقل نسب الشيوع في صنف الخطأ " الأخطاء المفاهيمية" ضمن نوع المتباينة الكسرية (9.5%).

وربما يعزى ذلك إلى أمرين رئيسين؛ الأول: عدم اتقان الطلبة للمفاهيم المرتبطة بالمتباينات في مرحلة الدراسة في المدارس؛ حيث تدرس هذه الموضوعات بشكل أساسي ومستقل ضمن وحدة خاصة بالموضوع في الصفين الثامن الأساسي والأول الثانوي بجميع فروعه، والأمر الثاني: عدم مراجعة الطلبة لهذه المفاهيم عند دراستهم مقرر مادة التفاضل والتكامل (101) واعتبار هذه المفاهيم أساسية عند الطلبة حيث سبق لهم دراستها، خاصة وأن هذه المفاهيم وغيرها غالبا ما يتم مراجعتها بشكل عام في الفصل الأول من مقرر التفاضل والتكامل (101). وربما يعود ذلك إلى أن

أعضاء هيئة التدريس يُعدون هذه المفاهيم بسيطة بالنسبة للطلبة المقبولين في تخصص الرياضيات وهم من خلفيات علمية في المرحلة الثانوية، ويفترض بالطلبة إتقانها في دراستهم بالمدرسة. وجاءت هذه النتيجة متفقة مع نتائج الدراسات (اليونس، 2004 ,Whitcraft, 1980; Laursen; 1978). وسيتم توضيح أصناف الأخطاء في سؤال الدراسة الثاني لكل فقرة من فقرات الاختبار على حدة. ويوضح الشكل (2) التمثيل البياني لأصناف الأخطاء (العمود الأخير في جدول(2)).



الشكل (2): التمثيل البياني لأصناف الأخطاء في حل المتباينات

النتائج المتعلقة بسؤال الدراسة الثاني:

وفي ما يلي تفصيل لنتائج الدراسة بحسب فقرات الاختبار، حيث تمّ تصنيف الأخطاء التي تزيد نسبة شيوعها على (10%) لتمثل أصناف الأخطاء الشائعة لكل فقرة على حدة. ومناقشة النتائج المرتبطة بكل فقرة من فقرات الاختبار على حدة.

وتعني الرموز (خ1، خ2، خ3، خ4، خ5، خ6، خ7) الواردة في النتائج لجميع الفقرات أصناف الأخطاء التي ظهرت في حلول الطلبة، ويتغير معنى الرمز من فقرة لأخرى. هذا، وسيتم تعريف الرموز لأصناف الأخطاء الواردة في كل فقرة بشكل مستقل؛ فالرمز (خ1) في الفقرة الأولى يعني: " أن الطلبة يجرون عملية الضرب التبادلي لحل المتباينات الكسرية "، في حين يعني الرمز (خ1) في الفقرة الثانية: " أن الطلبة يحللون المقدار التربيعي بصورة غير صحيحة".

الفقرة الأولى من الاختبار:

أوجد مجموعة حل المتباينة $\frac{2}{x-1} \geq 5$

تكون معاني الرموز الواردة في الجدول على النحو الآتي:

خ1: إجراء الضرب التبادلي (أي ضرب طرفي المتباينة بنفس المقدار لحذف المقام).

خ2: اعتبار أصفار المقام ضمن مجموعة حل المتباينة الكسرية.

خ3: الخلط بين مفهومي المعادلة والمتباينة: تحويل المتباينة إلى معادلة.

خ4: قلب طرفي المتباينة لجعل المتغير (x) في البسط دون مراعاة لإشارة المتغير لتغيير اتجاهها.

خ5: أخطاء "إهمال" أو "عدم انتباه" حسابية، أو فك الأقواس، أو أخطاء في الإشارة.

ويوضح الجدول (3) تكرارات أصناف الأخطاء الشائعة عند الطلبة في حل الفقرة الأولى ونسبها المئوية.

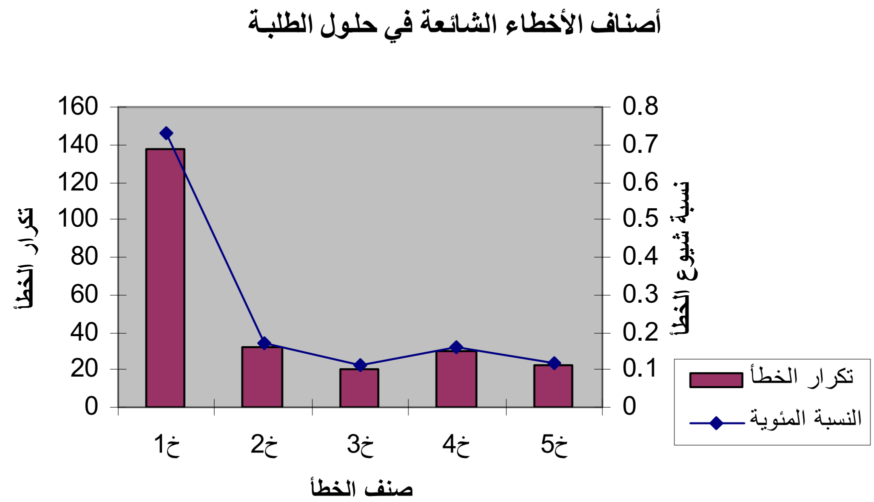
الجدول (3): تكرارات أصناف الأخطاء الشائعة عند الطلبة في حل الفقرة الأولى ونسبها المئوية

صنف الخطأ	خ 1	خ2	خ3	خ 4	خ 5
تكرار صنف الخطأ	138	32	20	30	22
نسبة شيوع الخطأ *	0.73	0.17	0.11	0.16	0.12

* عدد الذين حاولوا الإجابة عن الفقرة (188) طالبا وطالبة

يتضح من الجدول (3) أن أكثر أصناف الأخطاء شيوعا عند الطلبة في حل المتباينة الكسرية كان من صنف " إجراء الضرب التبادلي (أي ضرب طرفي المتباينة بنفس المقدار لحذف المقام)"؛ إذ بلغت نسبة شيوعه 0.73، فمثلا: بدأ الطلبة بحل المتباينة $\frac{2}{x-1} \geq 5$ بالضرب التبادلي مثل $2 \geq 5(x-1)$، وبعضهم ضرب طرفي المتباينة بمقدار ثابت $(x-1)\frac{2}{x-1} \geq 5(x-1)$، ولم يراع إشارة المقدار $(x-1)$ لحذف المقام، واتفقت هذه النتيجة مع نتيجة دراسة (Ureyen, et al., 2006). تلاه في الشيوع صنف الخطأ "اعتبار أصفار المقام ضمن مجموعة حل المتباينة الكسرية"، حيث بلغت النسبة (0.17)، مثل كتابة مجموعة حل المتباينة بالصورة $\left(-\infty, \frac{7}{5}\right]$ بدلا من $\left[\frac{7}{5}, -\infty\right)$ أو بالصورة $x \leq \frac{7}{5}$. وجاء في الترتيب الثالث الخطأ " قلب طرفي المتباينة لجعل المتغير (x) في البسط"، حيث بلغت نسبة شيوعه (0.16)، مثل:

قلب حدي المتباينة لتصبح $\frac{1}{5} \ge \frac{(x-1)}{2}$ ومن ثم ضرب طرفيها بالعدد (10). وجاءت أقل نسبة شيوع لصنف الخطأ " الخلط بين مفهومي المعادلة والمتباينة، وذلك بتحويل المتباينة إلى معادلة ثم حلها"؛ حيث بلغت النسبة (0.11)، كأن يكتب الطالب $\frac{2}{x-1}=5$ عوضاً عن المتباينة، ثم يجري عملية الضرب التبادلي لحل المعادلة، وجاءت هذه النتيجة متفقة مع نتائج الدراسات (Balanco & Garrote, 2007; Bazzini & Tsamir, 2004; Tsamir & Bazzini, 2002; Kroll, 1986) التي بينت أن الطلبة يخلطون بين مفهومي المتباينة والمعادلة. أما الطلبة الذين أدخلوا أصفار المقام في مجموعة الحل فقد شكلوا ما نسبته(0.17) من الذين حاولوا الإجابة عن الفقرة؛ مثال: بعد الضرب التبادلي حصلوا على المتباينة $2 \ge 5(x-1)$ ثم $2 \ge 5x-5$، اعتبروا أن الحل هو $\frac{7}{5} \ge x$. وبشكل عام يمثل الشكل (3) التمثيل البياني لأصناف الأخطاء التي ظهرت في حل الفقرة الأولى من الاختبار، وتكراراتها ونسبها المئوية.



الشكل (3): أصناف الأخطاء الشائعة في حل الطلبة الفقرة الأولى

الفقرة الثانية من الاختبار:

أوجد مجموعة حل المتباينة الآتية: $-2x^2+5x+3<0$

تحدد الرموز الواردة في الجدول (4) أصناف الأخطاء الشائعة على النحو الآتي:

خ1: ضرب المتباينة بعدد سالب دون تغيير اتجاهها.

خ2: عدم بحث إشارة المتباينة على خط الأعداد لتحديد مجموعة حل المتباينة.

خ3: التعامل مع أحد العوامل فقط، وإهمال العامل الثاني في حل المتباينة.

خ4: الخلط بين مفهومي المعادلة والمتباينة: تحويل المتباينة إلى معادلة.

خ5: أخطاء مفاهيمية مختلفة: (عدم تحليل العبارة التربيعية بشكل صحيح، ونقل الثابت للطرف الآخر).

ويوضح الجدول (4) تكرارات أصناف الأخطاء الشائعة عند الطلبة في حل الفقرة الثانية ونسبها المئوية.

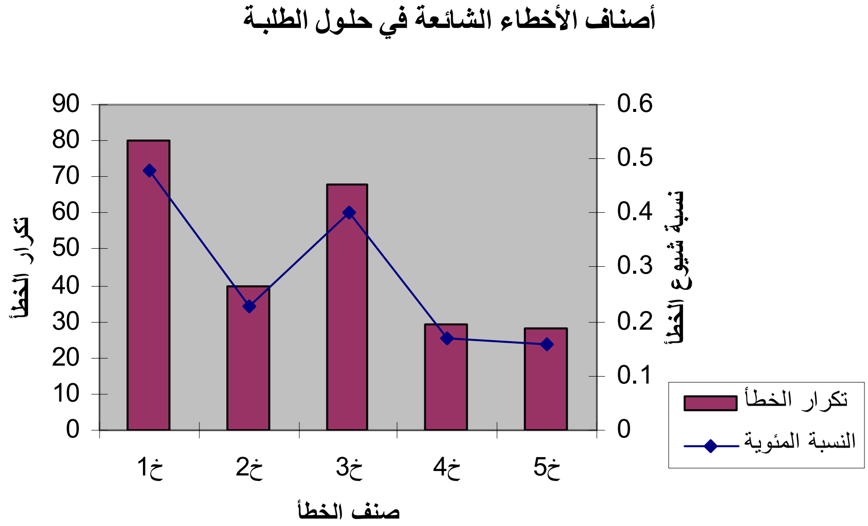
الجدول (4): تكرارات أصناف الأخطاء الشائعة عند الطلبة في حل الفقرة الثانية ونسبها المئوية.

صنف الخطأ	خ 1	خ 2	خ 3	خ 4	خ 5
تكرار صنف الخطأ	80	40	68	29	28
نسبة شيوع الخطأ *	0.47	0.23	0.40	0.17	0.16

* عدد الذين حاولوا الإجابة عن الفقرة(172)

يتضح من الجدول (4) أن أكثر أصناف الأخطاء شيوعا عند الطلبة في حل المتباينة التربيعية هو: "ضرب المتباينة بعدد سالب دون تغيير اتجاهها"؛ إذ بلغت نسبة شيوع الخطأ (0.47)، مثل ضرب المتباينة بسالب (1-)$(-2x^2+5x+3<0)$ دون تغيير اتجاهها $2x^2-5x-3<0$، وجاءت هذه النتيجة متفقة مع نتيجة دراسة يورين ورفاقة (Ureyen, et al., 2006) ودراسة تسامير وبازيني (Tsamir & Bazzini, 2002). تلاه شيوع صنف الخطأ: "التعامل مع أحد العوامل فقط، وإهمال العامل الثاني في حل المتباينة"؛ إذ بلغت نسبة شيوعه (0.40)، فمثلا: يحل الطالب المتباينة $(2x+1)(x-3)<0$، ثم يأخذ أحد العوامل فقط لإكمال الحل، ويحل $(x-3)<0$ ليحصل على $x<3$، أو يكتفي بحل العامل الآخر بالطريقة نفسها. وبلغت نسبة الطلبة الذين لم يبحثوا في إشارة المتباينة على خط الأعداد (0.23) من الذين حاولوا الإجابة عن الفقرة. وأقل نسبة شيوع كانت في صنف الخطأ: أخطاء مفاهيمية مثل: نقل الثابت للطرف الآخر، أو عدم إتقان عملية التحليل إلى العوامل؛ إذ بلغت نسبة الشيوع (0.16)؛ مثل: تحليل المتباينة بالصورة $(2x-1)(x+3)<0$، أو $(x+1)(2x-3)<0$، أو $(x+1)(x-3)<0$، وهناك من نقل الثابت للطرف الثاني ثم حلها بإخراج العامل المشترك مثل: $x(2x-5)<3$. أما نسبة شيوع خطأ تحويل المتباينة إلى معادلة، فقد بلغت (0.17)؛ كأن يكتب $-2x^2+5x+3=0$ ثم يحل المعادلة

$(2x+1)(x-3)=0$، واتفقت هذه النتيجة مع نتائج الدراسات Balanco & Garrote, 2007; Bazzini & Tsamir, 2004; Tsamir &) Bazzini, 2002; Kroll, 1986). ويوضح الشكل (4) تمثيلا بيانيا لأصناف الأخطاء الشائعة في حل الفقرة الثانية.



الشكل (4): أصناف الأخطاء الشائعة في حل الفقرة الثانية.

الفقرة الثالثة من الاختبار:

عبِّر عن العبارة المتباينة التالية بصورة جبرية بالرموز: **"مقلوب عدد ما لا يزيد على ضعفي العدد الأصلي نفسه مضافا إليه 5 ".**

تحدد الرموز الواردة في الجدول (5) أصناف الأخطاء الشائعة على النحو الآتي:

خ1: عدم فهم مفهوم ضعفي العدد، والخلط بينه وبين مربع العدد (كتابة مربع المتغير بدلا من ضعفيه).

خ2: عدم فهم المفهوم (لا يزيد) بحذف إشارة المساواة، أو استبداله بالمساواة.

خ3: كتابة أربعة أمثال العدد بدلا من ضعفيه.

ويوضح الجدول (5) تكرارات أصناف الأخطاء الشائعة عند الطلبة في حل الفقرة الثالثة ونسبها المئوية.

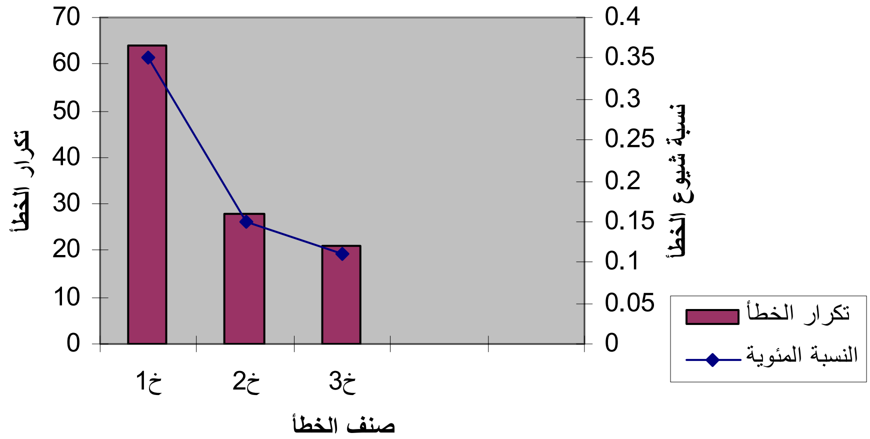
الجدول (5): تكرارات أصناف الأخطاء الشائعة عند الطلبة في حل الفقرة الثالثة ونسبها المئوية.

صنف الخطأ	خ 1	خ 2	خ 3
تكرار صنف الخطأ	64	28	21
نسبة شيوع الخطأ *	0.35	0.15	0.11

* عدد الذين حاولوا الإجابة عن الفقرة (182)

يتضح من الجدول (5) أن أكثر أصناف الأخطاء شيوعا في حل الفقرة الثالثة كان: "عدم فهم مفهوم ضعفي العدد، والخلط بينه وبين مربع العدد"؛ إذ بلغت نسبة شيوعه (0.35)، فمثلا: عبَّر الطلبة عن ترجمة الفقرة بصورة خاطئة على النحو: $\frac{1}{x}\le x^2+5$ فكتبوا (x^2) مكان $(2x)$. ثم تلاه شيوع صنف الخطأ: "عدم فهم المفهوم(لا يزيد) بحذف إشارة المساواة"؛ إذ بلغت نسبة شيوعه (0.15)؛ فمثلا: عبرَّ الطلبة عن الفقرة بالصورة $\frac{1}{x}<2x+5$، أو كتابتها بصورة معادلة: $\frac{1}{x}=2x+5$. وكانت أقل نسبة شيوع لصنف الخطأ: "كتابة أربعة أمثال العدد بدلا من ضعفيه"، وقد بلغت النسبة (0.11)؛ فمثلا: عبرَّ الطلبة عن المتباينة الصحيحة بالصورة: $\frac{1}{x}\le 4x+5$، وبعضهم ترجمها على النحو: $\frac{1}{x}<4x+5$ أو $\frac{1}{x}=4x+5$. ويمثل الشكل (5) توضيحا بيانيا لأصناف الأخطاء الشائعة التي ظهرت في حل هذه الفقرة.

أصناف الأخطاء الشائعة في حلول الطلبة



الشكل (5) أصناف الأخطاء الشائعة في حل الفقرة الثالثة.

وقد يعزى ذلك إلى عدم إيلاء المعلمين الاهتمام الكافي بتوضيح مفهوم المضاعف والمربع في أثناء التدريس – خاصة في المرحلة الأساسية - من خلال طرح الأمثلة المنتمية وغير المنتمية، وقد يفسر عدم إتقان الطلبة لها بسبب قلة الفرص المتاحة لهم للتدرب عليها من خلال مواقف حياتية تسهم في زيادة فترة احتفاظهم بها. وربما يعزى ذلك إلى امتلاك الطلبة لهذه المفاهيم بصورة خاطئة من مرحلة الدراسة في المدرسة.

الفقرة الرابعة من الاختبار:

أوجد مجموعة حل المتباينة الكسرية الآتية" $\frac{x}{2} > 5 + \frac{4}{x}$

تحدد الرموز الواردة في الجدول (6) أصناف الأخطاء الشائعة على النحو الآتي:

خ1: عدم البحث في إشارة المتباينة على خط الأعداد.

خ2: ضرب طرفي المتباينة بمقدار من أجل التخلص من المقام دون مراعاة إشارة (x).

خ3: ضرب الحد الجبري الذي مقامه يشتمل على المتغير (x) فقط بالمقدار (x) لحذفه من المقام.

خ4: عدم كتابة مجموعة الحل بشكل صحيح.

خ5: تحويل المتباينة إلى معادلة ثم حلها،واعتبار ذلك حلاً للمتباينة

ويبين الجدول (6) تكرارات أصناف الأخطاء الشائعة عند الطلبة في حل الفقرة الرابعة ونسبها المئوية.

الجدول (6): تكرارات أصناف الأخطاء الشائعة في حل الفقرة الرابعة ونسبها المئوية

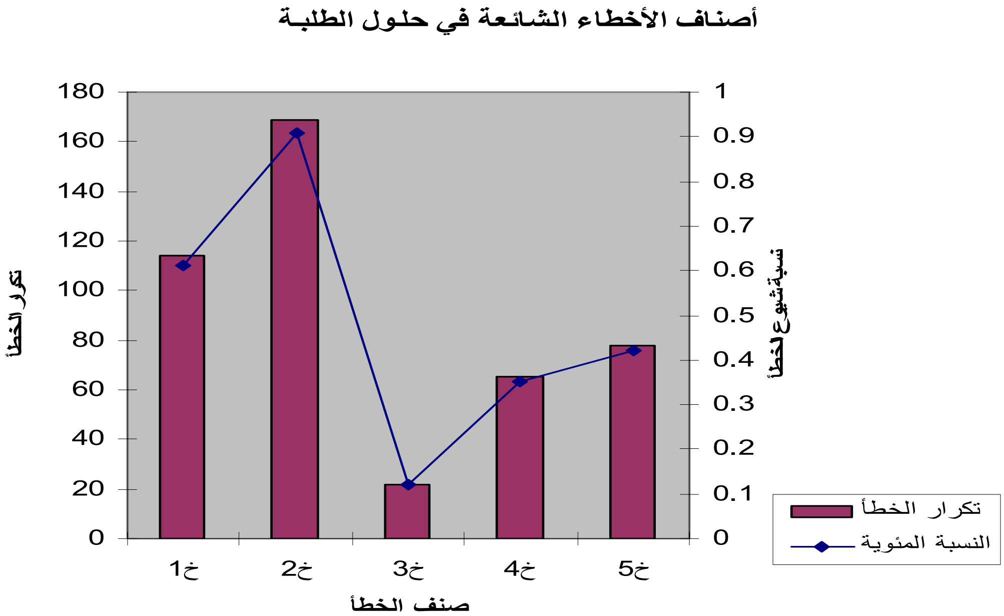
صنف الخطأ	خ 1	خ 2	خ3	خ 4	خ 5
تكرار صنف الخطأ	114	169	22	65	78
نسبة شيوع الخطأ *	0.61	0.91	0.12	0.35	0.42

* عدد الذين حاولوا الإجابة عن الفقرة (186)

يتضح من الجدول (6) أن أكثر أصناف الأخطاء شيوعا كانت في صنف الخطأ: "ضرب طرفي المتباينة بصورة خاطئة من أجل حذف المقام"؛ فقد بلغت نسبة شيوعه (0.91)؛ فمثلا: ضرب بعض الطلبة طرفي المتباينة بالمتغير (x) لاختصار المقام دون مراعاة إشارة المتغير على النحو الآتي: $(x(\frac{x}{2}) > x(5+\frac{4}{x}))$، لتصبح المتباينة بالصورة $(\frac{x^2}{2} > 5x+4)$، وبعضهم ضرب طرفي المتباينة بالمقدار $(2x)$ على النحو: $(2x)(\frac{x}{2} > 5+\frac{4}{x})$، لتحويلها إلى الصورة: $(x^2 < 10x+8)$. وربما يعزى هذا الخطأ إلى عدم فهم الطلبة لخصائص المتباينات، وعدم تطبيق قانون الاختزال على المتباينات بصورة صحيحة. وقد تفسر هذه النتيجة بعدم إيلاء المعلمين العناية الكافية بوضع خطط علاجية محددة لتصويب الأخطاء المفاهيمية المرتبطة بالمتباينات لدى الطلبة. وربما يعزى ذلك إلى أن بعض أعضاء هيئة التدريس في الجامعة يعتقدون ان الطلبة أتقنوا موضوع حل المتباينات في مرحلة الدراسة قبل الجامعة وقد لا يعرجون على شرح المتباينات كموضوع يستحق الوقوف عنده، بل ربما يكتفون بعرض بعض الأمثلة عنها. وقد اتفقت هذه النتيجة مع نتائج دراسة يورين ورفاقه (Ureyen, et al., 2006).

أما صنف الخطأ: "عدم البحث في إشارة المتباينة على خط الأعداد"، فجاء في الترتيب الثاني بنسبة (0.61)؛ حيث يقوم الطلبة بتحليل المتباينة ثم اقتراح حل لها، وبعضهم ترك الحل، أو استخدم القانون العام واعتبره مجموعة الحل للمتباينة وكتابتها على النحو: $\left\{\frac{10+\sqrt{132}}{2}, \frac{10-\sqrt{132}}{2}\right\}$، وجاء صنف الخطأ: "تحويل المتباينة إلى معادلة" ثم حلها في الترتيب الثالث؛ إذ بلغت

النسبة(0.42)، فيحول الطلبة المتباينة إلى معادلة: $\frac{x}{2}=5+\frac{4}{x}$، وقد يعزى ذلك إلى عدم تمييز الطلبة بين المتباينة والمعادلة والخلط بينهما، وبالتالي لا يميزون بين علاقات الترتيب ويستخدمونها بشكل تبادلي كرموز ($<$، $=$). وقد اتفقت هذه النتيجة مع نتائج دراسات سبقت (Balanco & Garrote, 2007; Bazzini & Tsamir, 2004; Tsamir & Bazzini, 2002; Kroll, 1986) وكانت أقل نسبة شيوع لصنف الخطأ: "ضرب المقام الذي يشتمل على المتغير (x) فقط بالمقدار (x) بهدف التخلص من المقام"، وبلغت نسبة شيوعه (0.11)، حيث يجري الطلبة العملية بالصورة الآتية: $\frac{x}{2}>5+(x)\frac{4}{x}$، لتصبح المتباينة: $\frac{x}{2}>5+4$ ويحصلون على الحل: $x>18$. ويوضح الشكل (6) تمثيلا بيانيا لأصناف الأخطاء الشائعة في حل الفقرة الرابعة.



الشكل (6): أصناف الأخطاء الشائعة في حل الفقرة الرابعة.

الفقرة الخامسة من الاختبار:

أوجد مجموعة حل المتباينة الآتية: $64\geq 49x^2$

تحدد الرموز الواردة في الجدول أصناف الأخطاء الشائعة على النحو الآتي:

خ1: عدم البحث في الإشارة على خط الأعداد.

خ2: عدم كتابة مجموعة الحل بصورة صحيحة (غلق الأطراف).

خ3: إيجاد الجذر التربيعي وعدم وضع القيمة المطلقة.

خ4: عدم التعامل مع تعريف القيمة المطلقة بشكل صحيح.

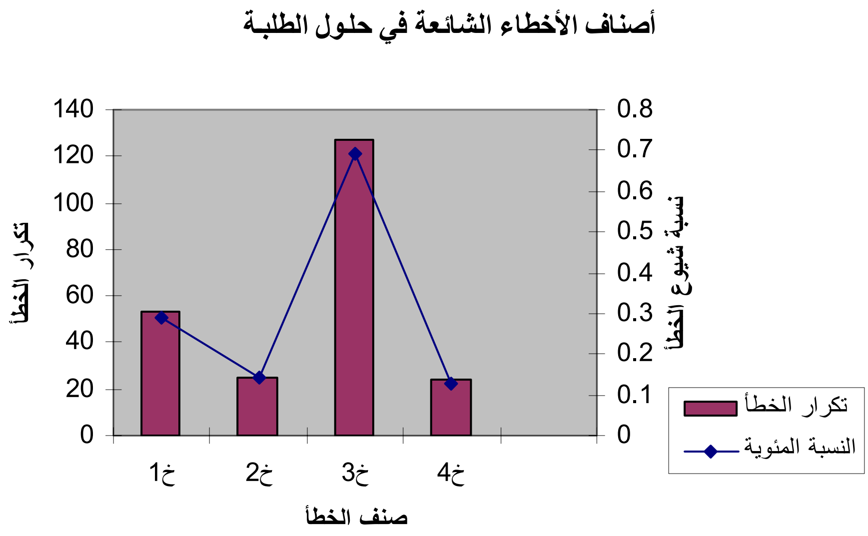
ويبين الجدول (7) تكرارات أصناف الأخطاء الشائعة عند الطلبة في حل الفقرة الخامسة ونسبها المئوية.

الجدول (7): تكرارات أصناف الأخطاء الشائعة لدى الطلبة في حل الفقرة الخامسة ونسبها المئوية

صنف الخطأ	خ 1	خ 2	خ 3	خ4
تكرار صنف الخطأ	53	25	127	24
نسبة شيوع الخطأ *	0.29	0.14	0.69	0.13

* عدد الذين حاولوا الإجابة عن الفقرة (185)

يتضح من الجدول (7) أن أكثر أصناف الأخطاء شيوعا كانت لصنف الخطأ: "إيجاد الجذر التربيعي وعدم وضع القيمة المطلقة"؛ حيث بلغت نسبة شيوعه (0.69)، فمثلا: يجد الطلبة الجذر التربيعي لطرفي المتباينة بالصورة: $8\geq 7x$ ليحصلوا على: $x\leq\frac{7}{8}$. وجاء صنف الخطأ: "عدم البحث في الإشارة على خط الأعداد" في الترتيب الثاني؛ إذ بلغت نسبة شيوعه (0.29)، فغالبا ما كان الطلبة يحصلون على متباينة خطية بعد إيجاد الجذر التربيعي للطرفين كما في صنف الخطأ من الصنف الأول (خ1). وكانت أقل نسبة شيوع في صنف الخطأ: "عدم التعامل مع تعريف القيمة المطلقة بصورة صحيحة"؛ فقد بلغت النسبة (0.13)؛ فيجد الطالب الجذر التربيعي لطرفي المتباينة: $|8|\geq|7x|$، ثم يكتبها بالصورة: $8\geq 7x$، ويعتبر الحل بالصورة: $x\leq\frac{7}{8}$. وقد يعزى ذلك إلى عدم وضوح مفهوم القيمة المطلقة وخصائصها لدى الطلبة، وأنهم غير قادرين على التمييز بين القيمة المطلقة للعدد $|8|$ والقيمة المطلقة للمتغير $|7x|$. وربما يعزى ذلك إلى عدم تأكيد معلمي الرياضيات لطلبتهم أثناء تعليمهم مفهوم القيمة المطلقة $|x|$ بأنها تمثل المسافة بين النقطة x والنقطة صفر مما قد يسبب لبسا لدى طلبتهم لهذا المفهوم والتي قد تبدو آثاره لاحقا في حل المتباينات. واتفقت هذه النتيجة مع نتيجة دراسة تسامير وبازيني (Tsamir & Bazzini, 2002). ويوضح الشكل (7) التوزيع البياني لأصناف الأخطاء الشائعة لدى الطلبة في حل الفقرة الخامسة.



الشكل (7): أصناف الأخطاء الشائعة في حل الفقرة الخامسة.

الفقرة السادسة من الاختبار:

أوجد مجموعة حل المتباينة الآتية:

$2+5x \le 2-4x \le 3x$

تحدد الرموز الواردة في الجدول (8) أصناف الأخطاء الشائعة على النحو الآتي:

خ1: عدم فهم كيفية حل المتباينة المركبة (عدم تجزئة المتباينة إلى جزأين).

خ2: عدم كتابة مجموعة الحل بشكل صحيح.

خ3: التعامل مع أحد الجزأين وإهمال الجزء الآخر.

خ4: عدم تطبيق قانون الاختزال بصورة صحيحة.

خ5: حذف الثابت من حد الجزء الأوسط وكتابة المتغير (x) لوحده.

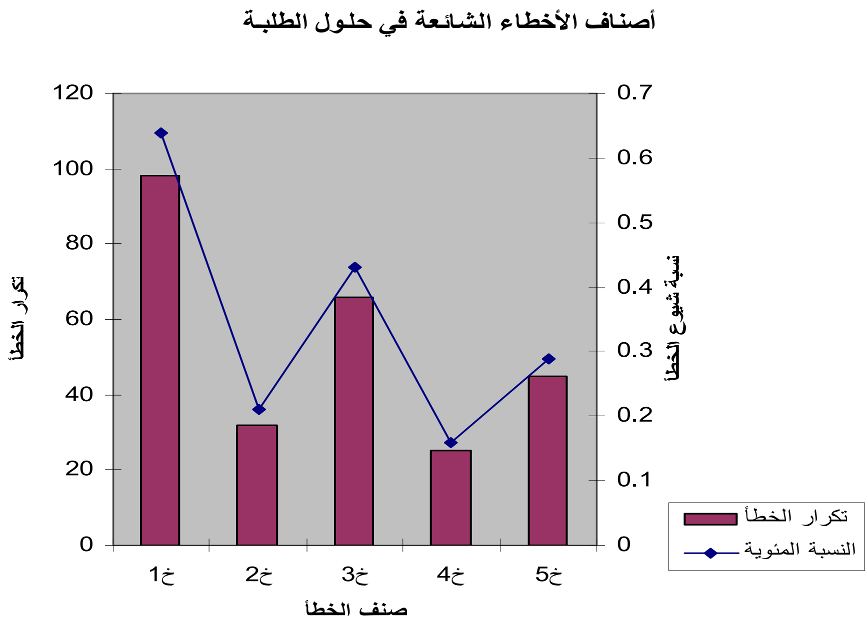
ويبين الجدول (8) أصناف الأخطاء الشائعة لدى الطلبة في حل هذه الفقرة.

الجدول (8): أصناف الأخطاء الشائعة لدى الطلبة في إجابة الطلبة عن الفقرة السادسة

صنف الخطأ	خ 1	خ 2	خ3	خ 4	خ5
تكرار صنف الخطأ	98	32	66	25	45
نسبة شيوع الخطأ *	0.64	0.21	0.16	0.43	0.29

* عدد الذين حاولوا الإجابة عن الفقرة (153)

يتضح من الجدول (8) أن أكثر أصناف الأخطاء شيوعا كانت: "عدم فهم كيفية حل المتباينة المركبة (عدم تجزئة المتباينة)"؛ إذ بلغت نسبة شيوعه (0.64)؛ حيث يجري الطلبة العملية الحسابية على طرفين فقط من أطراف المتباينة، مثل: طرح المتغير من أي طرفين، ثم إجراء عملية مماثلة على الطرفين الآخرين لجعل المتغيرات في الحد الأوسط بالصورة الآتية: طرح $(3x)$ من الحدين الثاني والثالث $2+5x \le 2-4x-3x \le 3x-3x$، ثم طرح $(5x)$ من الحدين الأول والثاني: $2+5x-5x \le 2-7x-5x \le 0$، لتصبح المتباينة: $2 \le 2-12x \le 0$. واتفقت هذه النتيجة مع نتيجة دراسة بالانكو وجاروت (Balanco & Garrote, 2007). وجاء شيوع صنف الخطأ: "عدم تطبيق قانون الاختزال بصورة صحيحة"، في الترتيب الثاني بنسبة (0.43)؛ فيجري الطلبة طرح مقدار من طرف ويجمعونه لطرف آخر على النحو: $2+5x-5x \le 2-4x+5x \le 3x$، أو إضافة مقدار الثابت الموجود في الحد الأوسط بصورة غير صحيحة لحذفه مثل: $2+5x+2 \le 2-4x+2 \le 3x+2$، ثم يكتبون المتباينة بالصورة: $4+5x \le 4x \le 3x+2$، مما يدل على عدم تمييز الطلبة لإشارة الحد بصورة صحيحة. وكانت أقل نسبة شيوع لصنف الخطأ: "التعامل مع أحد جزأي المتباينة، وإهمال الجزء الآخر"؛ حيث بلغت النسبة (0.16)؛ فمثلا: يأخذ الطلبة الحدين الأولين، أو يأخذون الحدين الأخيرين، لحل المتباينة الناتجة باعتبارها الفقرة نفسها مثل: $2+5x \le 2-4x$، ليحصلوا على المتباينة: $5x+4x \le 2-2$ ليصلوا إلى الناتج $x \le 0$، ويستخدمون الطريقة نفسها عند اختيارهم للحدين الأخيرين $2-4x \le 3x$، ويحصلون منها على: $\frac{2}{7} \le x$. ولم يُظهر الطلبة فهماً لكيفية كتابة مجموعة الحل للمتباينات المركبة؛ فقد بلغت نسبة شيوع صنف الخطأ: "عدم قدرة الطلبة على كتابة مجموعة حل المتباينة المركبة" (0.21)، وتنوعت أخطاؤهم في كتابة مجموعة الحل بين إغلاق أطراف الفترة بصورة خاطئة مثل: $[0,\infty-) \cap \left[\frac{2}{7},\infty\right]$، وكتب بعضهم $\left[\frac{2}{7},\infty\right)$، ولم يغلق بعضهم أطراف الفترة حيث يلزم ذلك مثل: $(-\infty,0)\cap\left(\frac{2}{7},\infty\right)$، وهناك من كتب الحد الأكبر في بداية الفترة مثل: $[0,-\infty)$، وغيرها. ويوضح الشكل (8) توزيعا لأصناف الأخطاء الشائعة لدى الطلبة في حل الفقرة السادسة بيانيا.



الشكل (8): أصناف الأخطاء الشائعة لدى الطلبة في حل الفقرة السادسة

التوصيات:

في ضوء النتائج التي توصلت إليها الدراسة، يمكن التوصية بالآتي:

1- إجراء امتحان مستوى لطلبة السنة الأولى المقبولين في تخصص الرياضيات، يعده قسم الرياضيات، ويحدد مستوى المتطلبات السابقة التي يحتاجها الطلبة لدراسة مقرر التفاضل والتكامل (101).

2- ضرورة تركيز أعضاء الهيئة التدريسية على مراجعة طلبة السنة الأولى بموضوع المتباينات لأهميته في فهم موضوعات أخرى في الرياضيات التحليلية.

3- ضرورة مراجعة موضوع المتباينات التي سبق للطلبة دراستها في المرحلة المدرسية، والبناء عليها.

4- ضرورة أن يُعد عضو هيئة التدريس خططاً علاجية لتصويب أصناف الأخطاء الشائعة لدى الطلبة.

5- إجراء المزيد من البحوث في مجال تحليل أخطاء طلبة تخصص الرياضيات في موضوعات الرياضيات الأخرى.

6- تضمين كتب الرياضيات المدرسية - ضمن الدروس - بعض أصناف الأخطاء الشائعة المتوقع أن يقع بها الطلبة، من أجل أن يتعرف الطالب والمعلم على هذه الأصناف من الأخطاء لمعالجتها وتلافي الوقوع فيها.

7- إجراء دراسات مقارنة بين الأخطاء الشائعة بين طلبة تخصص الرياضيات من جامعات مختلفة.

8- ضرورة أن يُعد معلمو الرياضيات ممن يدرسون موضوع المتباينات في المدرسة خططا لمعالجة الأخطاء الشائعة لدى طلبتهم في هذا الموضوع.

المراجع:

حسين، جابر. (1984). بعض أنماط الأخطاء التي تشيع عند طلاب الصف الثالث بكليات التربية عند إجرائهم لبعض العمليات المتعلقة بالمتباينات وأثر استخدام الطريقة البيانية في تمثيل المتباينات على خط الأعداد في علاج هذه الأخطاء. **المجلة العلمية لكلية تربية المنصورة**، 6(3)، 178-219.

خليفة، خليفة. (1983). **بحوث في تدريس الرياضيات**. المجلد الأول. القاهرة: دار الكتاب الجامعي.

الريماوي، هالة. (1990). **تشخيص الأداء الرياضي لدى طلبة الصفوف الإعدادية في اختبار متعدد المستويات**. رسالة ماجستير غير منشورة، الجامعة الأردنية، عمان، الأردن.

الطيطي، هاشمية. (1989). **تحليل أخطاء طلبة الصف الثالث الإعدادي في حل المعادلات الرياضية**. رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة اليرموك، إربد، الأردن.

عودة، أحمد. (2005). **القياس والتقويم في العلمية التدريسية**. إربد: دار الأمل للنشر والتوزيع، الطبعة الثالثة مزيدة ومنقحة، عمان، الأردن.

وزارة التربية والتعليم. (2007أ). **كتاب الرياضيات للصف الثامن**. الطبعة الأولى، المطابع المركزية، عمان، الأردن.

وزارة التربية والتعليم. (2007ب). **كتاب الرياضيات للمرحلة الثانوية الفرع العلمي:المستويان الأول والثاني**، الطبعة الأولى، مطبعة الأرز، عمان، الأردن.

وزارة التربية والتعليم. (2007ب). **كتاب الرياضيات للمرحلة الثانوية الفرع العلمي:المستويان الثالث والرابع**، الطبعة الثالثة، شركة الإقبال للطباعة والتغليف، عمان، الأردن.

وزارة التربية والتعليم. (2008أ). **كتاب الرياضيات لمرحلة الثانوية للفروع الأدبي والشرعي والإدارة المعلوماتية والصحي والفندقي:المستويان الأول والثاني**، الطبعة الأولى، مطابع الدستور التجارية، عمان، الأردن.

اليونس، يونس. (2004). تشخيص الأخطاء في خوارزميات حل أنظمة المعادلات لدى عينة مختارة من طلبة الصف العاشر في الأردن. **المجلة التربوية**، 71(18)، 81-114.

Anton, H. (1999). *Calculus: A new horizon*, 6th ed., New York, John Willey & sons, Inc.,

Balanco, L. and Garrote, M. (2007). Difficulties in learning inequalities in students of the first year of pre-university education in Spain. *Eurasia Journal of mathematics, science and technology education*, 3(3), 221-229.

Bazzini, L. & Tsamir, P. (2004). Algebraic equation and inequalities: Issues for research and teaching, *ERIC, ED 489194*.

Brousseau, G. (1997). Theory of didactical situation in mathematics. *Kluwer academic publication*.

Dawkins, P. (2006). Common math errors. From *http://tutorial.math.lamar.edu/terms.aspx.*

Gronlaund, N. and Linn, R. (1990). *Measurement and evaluation in teaching*. N. Y.: Macmillan publishing co. Inc.

Kroll, R. (1986). *Meta cognitive analysis of the difficulties caused by interviewing factors in the solution of inequalities*. DAI, ATT 8626157, Georgia State University, Atlanta, Georgia.

Laursen, K. (1978). Errors in first- year algebra. *The Mathematics Teacher, 71*, 194-5.

Lochhead, J. and Mastre, J. (1988). *From world to algebra: Mending misconceptions*. In coxford. A.F and shulte, A. P. The ideas of algebra, K-12,1988 Yearbook. NCYM,127-13.

Movshovitz-Hadar; Zaslavsky, O. & Inbar, S. (1987): An Empirical Classification -Model of Errors in High School Mathematics. *Journal of Research in Mathematics Education,* 18(1), 3-14.

National council of teachers of mathematics (NCTM). (2000). *Principles and evaluation standards for school mathematics*, Reston, Virginia, NCTM.

Parish, C. & Ludwig, H. (1994). Language, intellectual structure and common mathematics errors: A call for research. *School Science and Mathematics*, 94, 235-239.

Radatz, H. (1980). Students' errors in mathematical learning process: A survey. *For the learning mathematics, 1(1)*,16-20.

Ralph, J. (1997). Inequality (Mathematics). From: *http://encarta.msn.com*

Salas, S. (1982). *Calculus: one and several with analytic geometry variable*. 4th ed. Canada. John Wiley and sons. Inc.

Scofield, T. (2003). Top algebra errors made by Calculus students.*From://http://www.calvin.edu/~scofield/courses/materials/tae/*

Silverman, R. (1985). *Calculus with analytic geometry*. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, Inc.

Thomas, B. & Finney, R. (1996). *Calculus and analytic geometry* , 9th ed., Addison-Wesley Publishing Company.

Tsamir, P. & Bazzini, L. (2002). Students' algorithmic, formal and intuitive knowledge: the case of inequalities. *2nd international conference on the teaching of mathematics (at the undergraduate level). Wiley, New York, NY. 384*

Tsamir, P. & Reshef, M. (2006). Students' preference when solving quadratic inequalities. *Center for Teaching - Learning of Mathematics Gale group, Thompson corporation company*. Online. *From:// http://findarticles.com/p/articles/mi_m0NVC/is_ 1_ 28/ai_n26986050/*

Tsamir, P. and Bazzini, L. (2001). Can x=3 be the solution of an inequality? A study of Italian and Israeli students. *In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), Proceedings of the 25th Annual Meeting for the Psychology of Mathematics Education, Utrecht: Holland. (Vol IV, pp. 303-310).*

Ureyen, M., Mahir, N. and Cetin, N. (2006). The Mistakes Made by the Students Taking a Calculus Course in Solving Inequalities.*Electronic International Journal for Mathematics Teaching and Learning,November30th. From://http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/ureyen.pdf*

Whitcraft, L. (1980). Remedial work in high school mathematics. *Mathematics Teacher,* 73, 51-60.